SVEUČILIŠTE U ZAGREBU

PRIRODOSLOVNO–MATEMATIČKI FAKULTET

MATEMATIČKI ODSJEK

Joso Prtenjača

SVOJSTVA NASHOVE RAVNOTEŽE POLICAJCA I KRIMINALCA IZ PERSPEKTIVE POTICAJA I EFIKASNOSTI SANKCIJA NA KRIMINAL

Diplomski rad

Voditelj rada:
izv. prof. dr. sc. Ilko Vrankić

Zagreb, studeni 2018.

Ovaj diplomski rad obranjen je dana ____________________ pred ispitnim povjerenstvom u sastavu:

1. ____________________________, predsjednik
2. ____________________________, član
3. ____________________________, član

Povjerenstvo je rad ocijenilo ocjenom _______________.

Potpisi članova povjerenstva:

1. ____________________________
2. ____________________________
3. ____________________________

Ovaj rad posvećen je mojim roditeljima, majci Sandri i ocu Mariju koji su mi bili velika podrška tijekom cijelog studija.
Zahvalio bih se svome cimeru, velikom bratu i iznad svega prijatelju Paulu uz kojega sam proveo mnogo lijepih trenutaka svoga života i koji me je uvijek gurao naprijed te mi bio najveća podrška kada mi je bilo najteže.
Veliko hvala mome mentoru Ilku na izvrsnoj podršci tijekom pisanja diplomskog rada.
Hvala Vam što ste zajedno sa mnom zaključali jedno prekrasno poglavlje moga životnoga puta!

Sadržaj

Uvod

Iako su kazne za zločine bile vrlo učestale kroz povijest čovječanstva iskustva nas uče kako mnoge zemlje nisu uspjele u naumu rješavanja zločina. Štoviše državna tijela koja pišu zakone nude kontradiktorne odabire metoda za rješavanje problema zločina te kroz povećanja veličina cijena kazni nisu smanjili broj prekršaja. Kao sudionici 21. stoljeća svjedoci smo da u međunarodnim poslovima nametanje ekonomskih sankcija nije natjeralo ciljanu zemlju da mijenja svoje postupke, gdje za primjer možemo navesti nedavna događanja vezana za Iranski nuklearni sporazum, gdje SAD kao zemlja koja nameće sankcije stavlja u nepovoljan položaj kompanije koje su trebale raditi više milijunske poslove vezane za razvojnu infrastrukturu naftom bogate Arapske Republike Iran. Ovim diplomskim radom želimo kroz igru dva igrača prikazati teorijsko objašnjenje ovih pojava. Svaki scenarij igre koji ćemo obraditi dovesti će do istih ishoda ravnoteže. Promatrat ćemo mješovitu strategiju aktera igre koju ćemo kasnije u sljedećim poglavljima definirati. U miješanoj strategiji Nashove ravnoteže promjenom isplate jednom igraču utječemo samo na drugog igrača unutar uravnotežene mješovite strategije. U širokom rasponu specifičnih okolnosti, rigoroznost sankcija na kriminal nema utjecaja na kršenje zakona. U međunarodnim poslovima, nametanje ekonomskih sankcija neće natjerati ciljanu zemlju na mijenjanje svojih postupaka, te u hijerarhijskim sustavima, povečani nadzor neće poboljšati ponašanje podređenih. Kreator politike unatoč želji da utječe na dobit ciljanih stranaka ne može utjecati na ravnotežu izbora ciljanih stranaka. Ovu tvrdnju nazivamo propozicija irelevantne isplate (PIP - Payoff Irrelevance Proposition). Analiziranjem kompromisa između vjerojatnosti otkrivanja i veličini kazne donosimo pretpostavke da poticaji utječu na izbore racionalnih kriminalaca te njihove analize zahtijevaju drastične odluke ukoliko sankcije ne utječu na ponašanje kriminalaca. Ako se primjenjuje PIP, standardni argumenti za i protiv mjera kreatora i provoditelja zakona kao što su tarife, porezi, subvencije i propisi su ozbiljno oslabljeni, međutim PIP ne dozvoljava da takva politika bude potpuno beskorisna. Ako se kazne povećavaju iako PIP predviđa da se količina zločina neće povećati tako da će policija možda moći ekonomizirati napore odnosno troškove za jednak efekt. Svrha ovog rada je istražiti problem ovlasti i usklađenosti u bez zakonskom okruženju. Koji su uvjeti pod kojima će se policajac i kriminalac suzdržati od profitabilnih altenativa zbog straha od cijene koju bi mogli platiti. Zanima nas kolika je korisnost sankcija, pod kojim uvjetima se povećava stopa uspjeha te zašto ljudi koji upravljaju zakonima donose kontradiktorna rješenja? Naša analiza temelji se na redoslijedu poteza te broju i rasponu dopuštenih strategija.

Poglavlje 1

Teorija igara - Nashova ravnoteža

1.1 Uvod u terminologiju teorije igara

Slobodna definicija igre

Teorija igara jedna je od najznačajnijih pojava koja je promijenila poglede moderne ekonomije. Početkom moderne teorije igara smatra se knjiga *Theory of Games and Economic Behavior* objavljena 1944. godine. Autor knjige John Von Neumann, američki matematičar mađarskog podrijetla i Oskar Morgenstern, njemački ekonomist koji je zbog drugog svjetskog rata emigrirao u Sjedinjene Američke Države.

Definicija 1.1.1. [1]*Teorija igara analizira interakciju među skupom racionalnih igrača koji se ponašaju strateški.*

Obratit ćemo pažnju na neke bitne riječi prethodne definicije kao što su skupina, racionalni igrač, interakcija i strateško ponašanje. Dakle svaku skupinu u igri čine dva ili više igrača u skupini, racionalni igrač je onaj koji odabire svoju najbolju strategiju u ovisnosti o vlastitim očekivanjima krajnjeg ishoda igre, dakle racionalni igrač neće nikada povući loš potez odnosno odabrati strategiju koja bi njemu išla na štetu. Interakcija podrazumijeva da što god učini jedan od igrač ima direktan utjecaj na barem još jednog od preostalih igrača u skupini. Strateško ponašanje podrazumijeva odluku o izboru poteza s obzirom na međuovisnost o potezima drugih igrača.

Primjer 1.1.2. *Skupinu čine policajac i kriminalac između kojih se odvija interakcija. Točnije, s jedne strane je kriminalac koji može provoditi zakon ili kršiti ga koristeći (ne) konvencionalne metode. S druge strane je policajac koji provodi zakon i kontrolira kriminalca. Kriminalac, strateški, donosi odluku hoće li biti pošten i zadovoljiti se dobrima*

[1]P.K. Dutta, *Strategies and Games: Theory and Practice*, MIT Press, Massachusetts, 1999

koje mu život pruža mimo kršenja zakona, ili će prekršiti zakon kako bi lakše provođenjem kriminala došao do dobara koja mu pružaju zadovoljstvo i riskirati biti uhvaćen od strane policije i biti kažnjen zatvorskom kaznom. Isto tako, s druge strane policajac je taj koji bi trebao otkriti one koji krše zakon i skloniti ih s ulica.

Svaka igra mora sadržavati tri ključna sastojka: igrače, strategije i isplate. U slučaju kojim ćemo se mi baviti igra je interakcija između policajca i kriminalca u kojoj posljedice interakcije ovise o tome što policajci poduzimaju. Sudionici igre vrednuju kolika je cijena(isplata) njihovog poteza na nekoj skali zadovoljstva. Sudionicima igre su postavljena ograničenja u vidu mogućih izbora njihovih akcija i pravila igre.

"Onaj tko ne vrednuje niti traži bogatstvo, koji se ne boji gubitaka niti ga zanima vlastita osobnost: taj je slobodan.'

Jalaluddin Rumi

"Postoji razlika između igranja i igranja igara. Ovo prvo je čin zadovoljstva, a drugo samo čin."

Vera Nazarian

Definicija 1.1.3. [2] *Konačna igra Γ je uređena trojka konačnog skupa igrača, konačnog skupa strategija te funkcija isplata:*

- *Skup igrača $N = \{1, \dots, n\}$.*
- *Konačni skup strategija $S_i = \{s_1, \dots, s_m\}$, $\forall i \in N$. Skup $S = S_1 \times S_2 \times \cdots \times S_n$ je skup svih mogućih kombinacija strategija.*
- *Funkcija isplata $u_i : S \to \mathbb{R}$, $\forall i \in N$, predstavlja isplate $u_i(s_1, \dots, s_n)$ igrača i s obzirom na kombinaciju strategija svih igrača u igri.*

U ovome radu mi ćemo se baviti bimetričnom igrom Γ, gdje se skup igrača sastoji od 2 igrača, policajca i kriminalca. Dakle, $N = \{policajac, kriminalac\}$, gdje će se skup strategija policajca sastojati od {provodi zakon, ne provodi zakon} te skup strategija kriminalca će se sastojati od {krši zakon, ne krši zakon}. Za svaki par strategija policajca i kriminalca svaki od igrača će imati svoju isplatu koja će biti rezultat odigranih poteza.

Definicija 1.1.4. *Za strategiju $s_i' \in S_i$ kažemo da je dominantna strategija igrača ako neovisno o izboru strategija drugih igrača $s_1, \dots, s_{i-1}, s_{i+1}, \dots, s_m$, vrijedi slijedeće,*

$$u_i(s_1, \dots, s_i', \dots, s_n) \geqslant u_i(s_1, \dots, s_i, \dots, s_n) \; ; \; \forall s_i \in S_i \backslash \{s_i'\}$$

[2] P.K. Dutta, *Strategies and Games: Theory and Practice*, MIT Press, Massachusetts, 1999

odnosno isplate za s'_i su veće ili jednake od isplata za bilo koje druge strategije igrača i. Za strogu nejednakost u uvjetima definicije kažemo da je strategija s'_i strogo dominantna strategija.

Definicija 1.1.5. *Pretpostavimo da igrač A zna od igrača B sve strategije $s_B \in S_B$. Strategija s_A igrača A naziva se najboljim odgovorom (NO) na neku strategiju s_B igrača B ako:*

$$u_A(s_A, s_B) \geqslant u_A(s'_A, s_B) \; ; \; \forall s'_A \in S_A.$$

Analogno definiramo najbolji odgovor (NO) igrača B.

1.2 Nashova ravnoteža

Definicija 1.2.1. *Odabir strategija $(s^*_1, s^*_2, \ldots, s^*_n)$ n igrača u nekoj igri Γ naziva se Nashova ravnoteža ako svaki igrač i odabire strategiju s^*_i, koja predstavlja njegov najbolji odgovor obzirom na odabir strategija ostalih igrača. Dakle, u igri dva igrača A i B, strategija (s^*_A, s^*_B) je Nashova ravnoteža ako vrijedi sljedeće:*

$$u_A(s^*_A, s^*_B) \geqslant u_A((s^*_A, s_B)) \; ; \; \forall s_B \in S_B$$

$$u_B(s^*_A, s^*_B) \geqslant u_B((s_A, s^*_B)) \; ; \; \forall s_A \in S_A$$

Strategije još nazivamo čistim strategijama.

Dakle ukoliko u igri policajca i kriminalca imamo par strategija pri kojoj policajac ako odigra neki drugi potez ima manju ili jednaku isplatu na odigran potez kriminalca i obratno ukoliko kriminalac ima manju ili jednaku isplatu prilikom odabira druge strategije na odigranu policajčevu strategiju, tada kažemo da je navedeni par strategija policajca i kriminalca u čistoj Nashovoj ravnoteži.

Dali svaka konačna igra ima Nashovu ravnotežu? Nema!
Ako konačna igra koja ima Nashovu ravnotežu, dali je ona nužno jedinstvena? Ne!

1.3 Nashova ravnoteža i mješovita strategija

Definicija 1.3.1. *Neka je S_i=$(s^i_1, s^i_2, \ldots, s^i_m)$ skup svih čistih strategija igrača i. Mješovita strategija i je uređena m-torka realnih brojeva σ^i=$(\sigma^i_1, \sigma^i_2, \ldots, \sigma^i_m)$, za koju vrijedi sljedeće:*

- *σ^i_t je vjerojatnost igranja strategije s^i_t, $\forall t = 1, \ldots, m$*

- $\sigma_t^i \in [0,1]$, $\forall t = 1,\ldots,m$
- $\sum_{t=1}^m \sigma_t^i = 1$

Dakle, navedeno vrijedi za svakoga $i \in \{1,\ldots,m\}$ *igrača.*

U igri policajca i kriminalca, npr. kriminalac može odabrati mješanu strategiju gdje s intenzitetom (1-t) krši zakon a s intenzitetom t ne krši zakon, za pozitivan t koji je manji ili jednak 1. Dakle u tom slučaju strategija kriminalca je (1-t){krši zakon}+t{ ne krši zakon}. Dakle to je jedan profil σ *strategije kriminalca.*

Vidimo da su čiste strategije posebni slučajevi mješovite strategije.

Definicija 1.3.2. *U igri dva igrača pretpostavimo da igrač A i igrač B igraju svako svoju mješovitu strategiju redom zadane s* $\sigma_A=(\sigma_1^A,\sigma_2^A,\ldots,\sigma_m^A)$ *i* $\sigma_B=(\sigma_1^B,\sigma_2^B,\ldots,\sigma_m^B)$. *Tada imamo slijedeće isplate igrača:*

$$u_A((\sigma_A,\sigma_B)) = \sum_{k=1}^m \sum_{t=1}^m \sigma_k^A \cdot \sigma_t^B \cdot u_A(s_k^A, s_t^B)$$

$$u_B((\sigma_A,\sigma_B)) = \sum_{k=1}^m \sum_{t=1}^m \sigma_k^A \cdot \sigma_t^B \cdot u_B(s_k^A, s_t^B)$$

Definicija 1.3.3. *Neka je* $\sigma_i^*=(\sigma_1,\sigma_2,\ldots,p_m)$, $\forall i \in N=\{1,\ldots,n\}$. *Skup mješanih strategija* $(\sigma_1^*,\sigma_2^*,\ldots,\sigma_n^*)$ *u konačnoj igri s n igrača naziva se Nashova ravnoteža ako za svakog igrača i njegova mješana strategija* σ_i^* *predstavlja njegov najbolji odgovor s obzirom na odabir mješanih strategija preostalih igrača.*

Teorem 1.3.4. *(Teorem o egziztenciji Nashove ravnoteže)*
Svaka konačna igra Γ*, u slučaju mješovitih strategija ima Nashovu ravnotežu.*

Lema 1.3.5. *Za svaki profil* σ *miješanih strategija vrijedi*

$$u_i(\sigma) = \sum_{s_i \in S_i} \sigma_i(s_i) u_i(s_i, \sigma{-}i) \tag{1.1}$$

Iskazati ćemo Brouwerovu lemu kako bi mogli dokazati Teorem 1.3.4.

Lema 1.3.6. *(Brouwerov teorem)*
Neka je $S \subset \mathbb{R}^n$ *konveksan i kompaktan skup i neka je funkcija* $f : S \to S$ *neprekidna funkcija. Tada postoji fiksna točka od f odnosno,*

postoji x^* *u skupu S takav da vrijedi* $f(x^*)=x^*$.

Napomena 1.3.7. *Za* $\sigma=(\sigma_1, \sigma_2, ..., \sigma_n)$ *pišemo* $\sigma_{-i} = (\sigma_1,..., \sigma_{i-1}, \sigma_{i+1} ..., \sigma_n)$ *te vrijedi* $\sigma=(\sigma_i, \sigma_{-i})$.

Teorem 1.3.8. *(Topološka forma teorema o egziztenciji Nashove ravnoteže)*
Neka je Γ*=(N, p, u) konačna igra. Neka su* $p_i \subset \mathbb{R}^n$ *konveksni kompaktni skupovi i neka su* u_i *neprekidne funkcije na p,* $i \in N$*. Pretpostavimo da je za svaki profil* $\sigma \in p$ *skup točaka maksimuma funkcija*

$$\sigma_{-i} \mapsto u_i(\sigma_i, \sigma_{-i})$$

konveksan. Tada igra Γ*=(N, p, u) ima bar jednu Nashovu ravnotežu.*

Dokaz. Definiramo lateralna povećanja korisnosti

$$\varphi_{i,a_i}(s) = max\{0, u_i(a_i, s_{-i}) - u_i(s)\} \tag{1.2}$$

Neka je f: $\Delta \rightarrow \Delta$ definirana sa f(s)=s' gdje je

$$s_i'(a_i) = \frac{s_i(a_i) + \varphi_{i,a_i}(s)}{\sum_{b_i \in A_i}(s_i(b_i) + \varphi_{i,b_i}(s))} = \frac{s_i(a_i) + \varphi_{i,a_i}(s)}{1 + \sum_{b_i \in A_i} \varphi_{i,b_i}(s)} \tag{1.3}$$

Akcijama u profilu s' koje su bolji odgovori dodijeljena je veća vjerojatnosna vrijednost. Funkcija f je neprekidna, skup Δ je konveksan i kompaktan pa po Brouwerovom teoremu f ima bar jednu fiksnu točku s. Tvrdimo da je s Nashova ravnoteža, tada je s_i najbolji odgovor za s_{-i}. Odnosno

$$u_i(\sigma_i, s_{-i}) \leq u_i(s_i, s_{-i}); \forall \sigma_i \in \Delta_i \tag{1.4}$$

Iz (1.3) i fiksne točke f(s)=s slijedi

$$\varphi_{i,a_i}(s) = (\sum_{b_i \in A_i} \varphi_{i,b_i}(s)) s_i(a_i); \forall i, a_i \in A_i \tag{1.5}$$

tj.

$$max\{0, u_i(a_i, s_{-i}) - u_i(s)\} = (\sum_{b_i \in A_i} \varphi_{i,b_i}(s)) s_i(a_i); \forall i, a_i \in A_i \tag{1.6}$$

Promatramo sada lijevu stranu jednadžbe (1.6). Funkcija $a_i \mapsto u_i(a_i, s_{-i})$ je linearna i poprima minimum na nekom vrhu $a_i' \in A_i$ te vrijedi $\varphi_{i,a_i'}$(s)=0. Ako je $s_i(a_i')$ veće od 0, $\sum_{b_i \in A_i} \varphi_{i,b_i}(s)$ poprima vrijednost 0. To će vrijediti ako $a_i \in$ supp(s_i). Dakle, $u_i(a_i, s_{-i}) \leq u_i(s)$, za svaki $a_i \in \Delta_i$ jer je Δ_i konveksno proširenje od A_i i formule (1.1). Dakle, s je Nashova ravnoteža što se htjelo i pokazati. □

Poglavlje 2

Efikasnost sankcija na kriminal

2.1 Sociološki i ekonomski pristup kriminalu

Sociološki pristup kriminalu

Iako postoji metodološka sličnost među različitim sociološkim teorijama, među njima postoji jako malo zajedničkog tumačenja što se tiče uzroka kriminala(tj. zločina). Primjerice, Schafer je u svom pregledu zaključio da "Skoro nijedan od mislioca o uzroku kriminaliteta nije promatrao siromaštvo ili ekonomske uvjete kao razlog kriminalnih čimbenika.
Međutim, negativan odnos između socioekonomskog statusa i kriminala bio je sporan. Dakle, mogu se promatrati sljedeće sociološke teorije o zločinu: anomija, socijalizacija\ psihodinamika, subkulturalna, diferencijalna udruženja, ekološke zajednice i marksizam. Iz ovog sažetog prikaza postaje očito da iako uzroci zločina mogu biti široke raznolikosti(psihološke, sociološke, ekonomske), svi ti uzroci postoje prije nego prijeđu u kaznena ponašanja koja mogu biti uklonjena ako i samo ako uklonimo uzroke takvog ponašanja.

Ekonomski pristup kriminalu

Ekonomski pristup kriminalu je više ujedinjen nego sociološki zbog pretpostavke racionalnosti na kojoj se temelji. Kriminal se smatra karijerom, podložan je istoj analizi troškova i koristi kao i bilo koji drugi posao. Na primjer pojedinci maksimiziraju očekivane usluge(korisnosti) od različitih društvenih, ekonomskih, komunalnih te ostalih usluga, dok ako promotrimo primjer gdje zločinac(predator) uspoređuje očekivane dobitke minus očekivane troškove različitih karijera, dakle odabiru kriminal ukoliko maksimizira tj. uvećava tu razliku.
Prema ekonomskom pristupu, očekivani gubitak kod zločinca je vjerojatnost kazne pomnožen "cijenom" kazne. Stoga bi povećanje kazne trebalo povećati strah zločinca pri provođenju

kriminalnih radnji. Neke empirijske studije su potvrdile ta očekivanja. Međutim druge empirijske studije su pokazale da iako postoji negativna veza između vjerojatnosti zatvaranja(kazne) i stope kriminala, odnos između težine kazne i stope kriminala je problematičniji. Ovi rezultati su doveli do revizije teorije u dva različita smjera: prva je bila averzija rizika, a druga interaktivni učinak. Modifikacija averzije prema riziku tvrdi da kriminalci reagiraju više na promjene u vjerojatnosti uhićenja nego na promjene u kaznama. Međutim, kako bi ova izmjena funkcionirala, mora se ispuniti najmanje jedan od dva uvjeta: ili teoriju otpora rizika koja bi mogla predvidjeti pod kojim uvjetima se očekuje da ljudi ne budu skloni riziku, ili neovisna empirijska procjena rizika kriminalaca koja zahtjeva nesklonost riziku.
Modifikacija interaktivnih efekata je teoretski manje ambiciozna, ali više empirijski točna. Premda kazna(oba termina vjerojatnost i isplata) spriječava kriminal kao što to predviđa teorija ekonomije, istodobno nakon povećanja zločina, postaje vjerojatnije da će se kazna povećati kako bi se saniralo povećanje stope zločina. Erlichov pojam: ”tendencija državnih sudova, porota, povjerenstvo i ostali dijelovi vlasti da zadržava ili uvodi smrtne kazne je odgovor na očekivanja predviđenih društvenih troškova kapitalnih zločina.”
Vidimo da te teorije zamjenjuju povremeni odnos (zločin je funkcija u ovisnosti o veličini kazne) s interaktivnim(zločin je funkcija u ovisnosti o veličini kaze, ali veličina kazne je također funkcija u ovisnosti na kriminal). Empirijska procjena modela s istovremenim jednadžbama dovodi do očekivanih rezultata, ali teoretske osnove ove teorije nisu složenije od promatranja ova dva prijedloga zajedno. Naročito, iako svaki od tih prijedloga ima smisla kada ga promatramo izolirano od drugih, oni nisu izvedeni zajedno iz nekog zajedničkog skupa pretpostavki koje su vezane za ljudsko ponašanje.
Jedna od glavnih promjena uvedena od strane interaktivnih teorija na standardnu ekonomsku analizu je uvođenje vremenske dimenzije. Doista, ekonomski pristup koristi isključivo usporednu statističku analizu, dok interaktivni efekti pretpostavljaju dinamičku analizu(iako zbog nedostataka teorijskih osnova nikada se ne tretiraju eksplicitno).

2.2 Teorija igara: pristup problemu kriminala

Kriminal i kazna: pristup Teorije igara

Pristup teorije igara pomaže poboljšanju svih prethodnih nedostataka ekonomskog pristupa. Konkretno pomaže unutarnjem rješavanju averzije prema riziku, koristi komparativnu statičku i dinamičku analizu te pruža teorijsku osnovu za dinamičan pristup zločinu. U pogledu prethodne rasprave, objašnjenja teorije igara su objašnjenja s namjerom jer objašnjavaju ljudsko ponašanje, ne u prethodnim uvijetima nego kao racionalnu reakciju na neprekidno ljudsko okruženje. Uzročni faktori se uzimaju u obzir u isplatama različitim akterima. Kazne za odstupanja nižih klasa su više nego za srednje klase ako pogledamo

Tablica 2.1: Matrica isplata

		Policajci	
		provode zakon	*NE provode zakon*
Kriminalci	*krše zakon*	(d_1, c_2)	(a_1, d_2)
	NE krše zakon	(c_1, b_2)	(b_1, a_2)

u sociološku literaturu. S obzirom na ove (socijalno određene) isplate različiti se akteri prilagođavaju njihovom okruženju i pokušavaju maksimizirati njihove nagrade, što prikazuje konceptualnu sličnost s ekonomskim pristupom.
Međutim, dok ekonomski pristup razmatra problem kriminala i prevencije kriminala kao derivaciju problema odlučivanja samog kriminalca, pristup teorijom igara uključuje još jednog sudionika, policiju. Situacija se tada modelira kao igra između kriminalaca i policajaca u kojoj svaki od igrača može promijeniti svoju strategiju kao odgovor na strategiju drugog igrača. Stoga je bitna sljedeća tvrdnja: za svakog igrača okolina nije konstantna već se stalno mijenja kao odgovor na poteze ostalih igrača. Vidjet ćemo da ove promjene ne samo da stvaraju model realnijim, nego imamo profile(aktere) s različitim zaključcima(odlukama) i političkim propisima između tradicionalnog ekonomskog pristupa i pristupa teorijom igara.
U pojednostavljenoj igri, kriminalci imaju izbor između dvije strategije: prekršiti zakon ili ne prekršiti zakon. Analogno, policija ima također dvije mogućnosti: provoditi zakon ili ne provoditi zakon.
Tablica 2.1 predstavlja strategije i isplate u ovoj pojednostavljenoj igri.

Pretpostavimo da kriminalci vole više kršiti zakon ako ih policija ne privede, te se pridržava zakona ako ga policija provodi. Označiti ćemo ove dvije pretpostavke sa brojevima 1 i 2, te ih prikazati u algebarskoj formi:

Pretpostavka 1: $a_1 > b_1$

Pretpostavka 2: $c_1 > d_1$

Također ćemo pretpostaviti da policija neće provoditi zakon ako nema kriminalaca, dok preferira provoditi zakon i uhićenja ukoliko kriminalci krše zakon. Označiti ćemo ove dvije pretpostavke sa brojevima 3 i 4, te ih također prikazati u algebarskoj formi:

Pretpostavka 3: $a_2 > b_2$

Pretpostavka 4: $c_2 > d_2$

Dakle, nekoliko primjedbi možemo postaviti u vezi s prethodnim pretpostavkama. Na primjer, može se uložiti prigovor na to da:

- igrači nisu jedinstveni, ali se sastoje od velikog broja pojedinaca;
- igrači nemaju samo dvije strategije, već beskonačan broj;
- s obzirom na javnu isplatu, neki ljudi ne bi prekršili zakon(ili barem neki određeni zakon) čak i u nedostatku policijskih agenata;
- brinući se o policijskim isplatama, pouzdani policijski agenti ne prestaju provoditi zakon kad kriminal opada.

Ovo su neki od prigovora kojima ćemo se pozabaviti kasnije. Za sada nam je dovoljan ovaj jednostavan model za jasno izlaganje argumenata. Prije nego krenemo dalje, pojasniti ćemo još jednu točku: isplate u ovom modelu se trebaju shvatiti kao očekivane vrijednosti zato jer postoji šum uzrokovan faktorima koji nisu uključeni u modelu. Na primjer, čak i ako je kriminalac uhićen postoji vjerojatnost da neće biti osuđen ili ako ga policija osudi postoji vjerojatnost da policija neće dobiti zasluge za dobro odrađen posao.
Stoga je moguće da:

- pretpostavka 2 neće biti održana ako je vjerojatnost osude veoma niska
- pretpostavka 3 neće biti održana za neke policijske agente

Ponovno, ispitivanje takvih primjedbi ćemo odgoditi za kasnije. Za sada želimo istražiti što se događa pod pretpostavkama od 1 do 4. Kakav pregled rezultata očekujemo?

- Ako policija provodi zakon, kriminalci će ga prestati kršiti *(Pretpostavka 2)*
- Ako kriminalci prestanu kršiti zakon, policija će prestati provoditi zakon *(Pretpostavka 3)*
- Ako policija prestane provoditi zakon, kriminalci će ga kršiti *(Pretpostavka 1)*
- Ako kriminalci krše zakon, policija će provoditi zakon *(Pretpostavka 4)*
- Ako policija provodi zakon, kriminalci će ga prestati kršiti *(Pretpostavka 2)*

Drugim riječima, bez obzira na kombinaciju strateških rezultata, jedan ili drugi, policija ili kriminalci će imati poticaj(stimulaciju) za izmjenu svoga izbora strategije.
U teoriji igara, igra prikazana na Tablici 2.1 nema ravnotežu čiste Nashove ravnoteže: Dva igrača nemaju čiste strategije koje bi bile optimalne međusobne reakcije. Stoga jedina ravnoteža strategija koje postoje u ovoj igri policajca i kriminalca su mješovite strategije:

vjerojatnosna distribucija preko skupa čistih strategija svakog od igrača. Točnije svaki će od igrača koristiti kombinaciju čistih strategija, te neće imati nikakav poticaj da odstupi odnosno odustane od svoje odluke. U ovome slučaju, svaka od strategija igrača će biti najoptimalnija za drugog igrača, tako da će oba igrača zadržati ove strategije koje čine ravnotežu.
Da bi smo izračunali takve strategije, moramo dodijeliti vjerojatnost(udio) p kriminalcima koji odluče kršiti zakon, odakle slijedi da je udio kriminalaca koji neće kršiti zakon $(1-p)$. Dodijelit ćemo vjerojatnost q policajcima koji će provoditi zakon a $(1-q)$ će biti udio policajaca koji neće provoditi zakon. Sada moramo pronaći par udjela skupina igrača (p^*,q^*) koji bi bili najbolji odgovor policije i kriminalaca.
Izračun isplata igrača iz Tablice 2.1 korištenjem Definicije 1.3.2.:

$$u_{policajci}=pqc_2+(1\text{-}p)qb_2+p(1\text{-}q)d_2+(1\text{-}p)(1\text{-}q)a_2$$

$$u_{kriminalci}=pqd_1+p(1\text{-}q)a_1+(1\text{-}p)qc_1+(1\text{-}p)(1\text{-}q)b_1$$

S obzirom da tražimo maksimalne isplate(korisnosti) za policajce i kriminalce, derivirati ćemo isplate kriminalaca i policajaca redom sa p i q te ih izjednačiti s 0.

$$\frac{\partial u_P}{\partial q} = 0$$

$$\frac{\partial u_K}{\partial p} = 0$$

Slijedi,

$$qc_2+(1\text{-}p)b_2\text{-}pd_2\text{-}(1\text{-}p)a_2 =0$$

$$qd_1+(1\text{-}q)a_1\text{-}qc_1\text{-}(1\text{-}q)b_1 =0$$

te dolazimo do sljedećeg rezultata:

$$p^* = p = \frac{b_2 - a_2}{d_2 - a_2 - c_2 + b_2} \tag{2.1}$$

$$q^* = q = \frac{b_1 - a_1}{d_1 - a_1 - c_1 + b_1} \tag{2.2}$$

Navedene vjerojatnosti p^* i q^* su vrijednosti unutar otvorenog intervala $< 0, 1 >$, što ih čini prihvatljivima kao rješenja zbog pretpostavki od 1 do 4. Budući da igra nema čistu stratešku ravnotežu, mješovite strategije određene vjerojatnostima p^* i q^* su jedinstvene ravnotežne strategije.

Napomena 2.2.1. *Pod pretpostavkama 1 do 4, jedina ravnoteža igre policije i kriminalaca se postiže u mješoj strategiji kao što je prikazano u jednadžbama* (2.1) *i* (2.2).

2.3 Statistička usporedba i kriva politička rješenja

Pristup problemima pomoću teorije igara pomaže istražiti utjecaj različitih mjera politike na kriminal. Na primjer, što se događa ako zakonodavac na kojega utječu argumenti ekonomske analize poveća kaznu zločina. Očekivana veličina kazne u našem modelu izražena je isplatom d_1, koju kriminalci dobivaju kada krše zakon, a policija ga provodi. Dakle, d_1 ne bi trebao biti koncipiran kao maksimalna pravna kazna, niti kao prosječna kazna, već kao prosječna kazna diskontirana s vjerojatnošću da će počinitlj biti osuđen nakon što bude uhićen. Na primjer, ako su zatvori puni i suci dosuđuju manje presude, visina kazne u iznosu d_1 se ne može provoditi iako se zakon nije promjenio. Promatranje jednadžbi (2.1) i (2.2) ukazuje na sljedeće rezultate, koji će biti izdvojeni zbog njihove važnosti i proturječnog značenja:

Napomena 2.3.1. *Povećanje očekivane kazne ostavlja učestalost(intenzitet) kršenja zakona u nepromjenjenoj ravnoteži p^*.*

Napomena 2.3.2. *Povećanje očekivane kazne smanjuje učestalost(intenzitet) q^* kojim policija provodi zakon.*

Dokaz prethodnih napomena je jasan. Ako promotrimo jednadžbu (2.1) vidimo da p^* ne ovisi o d_1, dok jednadžba (2.2) odnosno q^* je monoton s obzirom na rast/pad d_1. Iako je formalan dokaz jednostavan, ono što nam je nužno u ovom slučaju je intuitivno objašnjenje razlike između konvencialnog razuma i ishoda formalnog obrazloženja. Zašto ekonomisti, analitičari politika i građani općenito vjeruju da veličina kazne mijenja sklonost počinjenja kriminala? Odgovor ćemo naknadno razraditi!
Ostali politički propisi o problemu kriminala ukazuju na razvoj politike socijalne skrbi u nadi da će kriminal postati atraktivna karijera. Što se tiče našeg modela, takva politika bi predstavljala povećanje isplate c_1 i/ili isplate b_1, te bi očekivana isplata za nepoštivanje zakona bez obzira na to provodi li policija zakon ili ne bila veća. Imajmo na umu da je logika ovih propisa o politici vrlo slična logici ekonomskog pristupa zločinu: oni nagrađuju pošteno ponašanje umjesto da kažnjavaju odstupanja od zakona. U oba slučaja očekuje se smanjenje očekivane koristi od nepoštivanja zakona u odnosu na poštivanje zakona.
Promatranjem jednadžbi (2.1) i (2.2) vidimo u sljedećim napomenama posljedice povećanja socijalne skrbi:

Napomena 2.3.3. *Mjere dobrobiti (povećanje c_1 ili b_1) ostavljaju učestalost kršenja zakona nepromjenjenom u ravnotežnom stanju p^*.*

Napomena 2.3.4. *Mjere dobrobiti (povećanje c_1 ili b_1) općenito smanjuju učestalost ravnotežno stanje q^* kojim policija provodi zakon.*

Dakle, ovi rezultati oštro odstupaju od oba dominantna pristupa spriječavanja kriminala. Koje su logične i/ili empirijske osnove valjanosti ovoga pristupa? Može se smatrati nedostatak jasnih dokaza u korist bilo koje od tih teorija kao dovoljnog empirijskog pokazatelja. Ipak, više teorijskih dokaza za naše rješenje mora biti obrađeno, osobito trebamo dati odgovore na sljedeće pitanje: čak i ako pod pretpostavkama od 1 do 4 postoji jedinstvena Nashova ravnoteža, kako znamo da će igrači odabrati odgovarajuće strategije?

2.4 Stabilnost ravnotežnog stanja

Prikazati ćemo pet različitih razloga da objasnimo zašto je ravnoteža izračunata jednadžbama (2.1) i (2.2) razumna. Iako svaki od ovih pristupa će započinjati s nezavisnim pretpostavkama, sve one rezultiraju istim zaključkom da ravnotežne strategije izračunate u jednadžbama (2.1) i (2.2) imaju najbolji odgovor. Prva četiri pristupa pretpostavljaju savršene informacije, tj. da su isplate igrača općenite.

- prvi pristup označen *Modelom 1*, preuzima strateško ponašanje od strane igrača i diskretne odluke
- drugi pristup, označen *Modelom 2*, otpušta pretpostavku da svaki igrač ima samo dvije strategije i pretpostavlja beskonačne strategijske prostore
- treći pristup, označen *Modelom 3*, pretpostavlja kratkovidno podešavanje oba igrača
- četvrti pristup, označen *Modelom 4*, je kombinacija drugog i trećeg u kojem se pretpostavlja da je jedan igrač potpuno racionalan a drugi kratkovidan
- peti pristup, označen *Modelom 5*, odražava racionalnost igrača ali otpušta pretpostavku savršenih informacija.

Svaki će igrač pretpostaviti da ima svoje vlastite isplate(korisnosti), ali ima nepotpuno protivničko znanje.

Model 1: Racionalni pristup sa savršenim informacijama

Postoji ozbiljan prigovor u vezi prirode jedinstvene miješane strategije Nashove ravnoteže. Kod mješane strategijske ravnoteže nedostaju pretpostavke o čistoj strategijskoj ravnoteži. Doista, ako jedan od igrača slijedi strategijsku ravnotežu, drugi može odabrati ili čistu ili mješovitu strategijsku ravnotežu bez mijenjanja vlastitih isplata. Međutim, u ovom slučaju, igrač koji odstupa od strategije ravnoteže ostaje otvoren za odstupanja drugog igrača, što može smanjiti njegovu isplatu(korisnost).
U našoj igri, ako policija odluči provesti zakon s mogučnosću manjom od q^*, kriminalci

se mogu prebaciti na čisto strateško kršenje zakona, što je za policiju lošije. Slično tome, ako kriminalci krše zakon s vjerojatnošću većom od p^*, policija može provoditi zakon s vjerojatnošću 1, što stvara nepovoljniju situaciju za kriminalce. Što se događa ako policija odluči provoditi zakon s vjerojatnošću većom od q^* ili ako kriminalci odluče prekršiti zakon s vjerojatnošću manjom od p^*? Argumenti za takva odstupanja mogu nastati lako, jer drugi igrač ne može smanjiti isplatu igrča koji odstupa iz ravnoteže. Međutim drugi igrač mora promjeniti svoje ponašanje na takav način (kriminalci prestanu kršiti zakon ili policija prestane provoditi zakon) tako da će nezasitni igrač biti potaknut da promjeni svoju strategiju još jednom kako bi poboljšao svoju isplatu.
Budući da je ravnoteža prve igre jedinstvena, ona je stabilna, odnosno ravnoteža zadovoljava indukcijsku racionalnost opsežnog oblika i iterira dominacijom racionalnosti normalnog oblika. Istodobno, također je nezavisno u odnosu na irelevantne detalje u opisu igre. Stoga, rješenja opisana jednadžbama (2.1) i (2.2) i naknadnim zaključcima politike su čvrsti kao i svaki drugi model ove teorije.

Model 2: Neprekidan strateški prostor

Zamislite da svaki igrač ima beskonačno dostupnih strategija, tj. da i kriminalci i policija moraju odlučiti o stupnju kršenja i provodnosti zakona. U algebarskim terminima, javnost mora odlučiti o razini x kršenja ($x = 1$ kompletno kršenje zakona, $x = 0$ nema kršenja zakona), policija mora odlučiti o razini y stupnju provođenja zakona ($y = 1$ kompletno provođenje zakona, $y = 0$ znaci nema provođenja zakona). Pretpostavimo da je također isplata svakog igrača linearna funkcija strategije oba igrača, a zatim će svaki igrač imati slijedeće isplate kao funkcije strategija odabrane od strane njih. Koristeći se Definicijom 1.3.2. dobivamo slijedeće:

$$u_K=xyd_1+x(1\text{-}y)a_1+(1\text{-}x)yc_1+(1\text{-}x)(1\text{-}y)b_1$$

$$u_P=xyc_2+(1\text{-}x)yb_2+x(1\text{-}y)d_2+(1\text{-}x)(1\text{-}y)a_2$$

Odakle slijedi kad sredimo izraz:

$$u_K = (b_1 - c_1 - a_1 + d_1)xy + (c_1 - b_1)y + (a_1 - b_1)x + b_1 \tag{2.3}$$

$$u_P = (a_2 - b_2 - d_2 + c_2)xy + (b_2 - a_2)y + (d_2 - a_2)x + a_2 \tag{2.4}$$

Jednadžbe (2.3) i (2.4) mogu se koristiti za računanje ravnotežnog para strategija ove igre, tj. ”strateškog para strategija koji je optimalan odgovor za oba igrača. Ravnotežni par strategija koji je opisan jednadžbama (2.3) i (2.4) je sljedeći:

$$x^* = \frac{a_2 - b_2}{a_2 - b_2 + c_2 - d_2} \tag{2.5}$$

$$y^* = \frac{a_1 - b_1}{a_1 - b_1 + c_1 - d_1} \tag{2.6}$$

Usporedba ravnotežnih frekvencija modela1 ((2.1) i (2.2)) s ravnotežnim stupnjevima ove igre ((2.5) i (2.6)) pokazuje da su dva ravnotežna para identična.

Model 3: Evolucijski pristup

Pretpostavimo da se ukupna populacija sastoji od dvije različite kategorije ljudi: građani koji poštuju zakon(ne krše ga) i kriminalaca(koji krše zakon). Također pretpostavimo da se policija sastoji od dvije različite kategorije: savjesnih policajaca koji provode zakon i onih koji ne provode zakon. Možemo primjetiti da su dva igrača prethodne ige podijeljena u po još dvije kategorije(podpopulacije) koje primjenjuju samo jednu strategiju. Kad god se dvije podpopulacije susreću, primjenjuju se isplate iz Tablice 2.1. Alati ovih slučajnih susreta za svaku podpopulaciju (uz pretpostavku miješanja) su:

$$EU_K = p_P d_1 + (1 - p_P)a_1 \tag{2.7}$$

$$EU_{NK} = p_P c_1 + (1 - p_P)b_1 \tag{2.8}$$

$$EU_P = p_K c_2 + (1 - p_K)b_2 \tag{2.9}$$

$$EU_{NP} = p_K c_2 + (1 - p_K)a_2 \tag{2.10}$$

gdje je K-krši zakon, P-provodi, p_K i p_P su vjerojatnosti da je građanin kriminalac i da policijski sližbenik provodi zakon.
Uzimamo u obzir da svaki član od svake podpopulacije nakon svake interakcije s članom iz svoje podpopulacije gleda dali članovi druge podpopulacije rade bolje ili gore nego on. Na primjer, kriminalac razmatra rezultate i pita se dali je kriminal isplativ. Policijski službenik koji provodi zakon se pita dali je isplativo biti pošten. U svim takvim slučajevima ljudi se sele iz manje profitabilne podpopulacije u više profitabilnu podpopulaciju. Frekvencije(ili vjerojatnosti) ovakvih kretanja su proporcionalne razlici isplata između podpopulacija policajaca koji provode zakon i onih koje ga ne provode i obrnuto, te ljudi koji poštuju zakon i onih koji ga krše i obrnuto. To znači što je jasnija i vidljivija razlika to će se više ljudi prebacivati iz jedne podpopulacije u drugu. Jednostavno, kada se kriminal isplati više će ljudi kršiti zakon. Ove pretpostavke možemo prikazati sljedečim diferencijalnim jednadžbama:

$$\frac{dp_K}{dt} = k[(p_P d_1 + (1 - p_P)a_1) - (p_P c_1 + (1 - p_P)b_1)] \tag{2.11}$$

$$\frac{dp_P}{dt} = m[(p_K c_2 + (1 - p_K)b_2) - (p_K d_2 + (1 - p_K)a_2)] \tag{2.12}$$

Ove dvije jednadžbe opisuju sustav dviju populacija u bilo kojem trenutku. Na primjer kriminalci(K) možda misle da policija učestalo provodi zakon(veliki P) te da se kriminal ne isplati. U ovom slučaju, oni će prijeći u građane koji poštuju zakone(NK), tada interpretirajući to na način da je u tom slučaju provođenje zakona neprofitabilno pa će se intenzitet provođenja istog smanjiti i policajci iz podpopulacije P će prijeći u podpopulaciju NP. Hoće li se taj proces ikada uravnotežiti, ako hoće zanima nas kakav je sastav dviju populacija u ravnoteži? Dakle, to će vrijediti ako jednadžbe (2.11) i (2.12) izjednačimo s 0. Imamo

$$\frac{dp_K}{dt}=k[(p_P d_1+(1\text{-}p_P)a_1)\text{-}(p_P c_1+(1\text{-}p_P)b_1)]=0$$

$$\frac{dp_P}{dt}=m[(p_K c_2+(1\text{-}p_K)b_2)\text{-}(p_K d_2+(1\text{-}p_K)a_2)]=0$$

Odakle slijedi slijedeće kada jednadžbe podijelimo s konstantama k i m i prebacimo p_K i p_P na drugu stranu:

$$p_K=\frac{a_1-b_1}{a_1-b_1+c_1-d_1}$$

$$p_P=\frac{a_2-b_2}{a_2-b_2+c_2-d_2}$$

Odakle slijedi da su dobiveni izrazi jednaki jednadžbama (2.1) i (2.2).

Postoje tri važna doprinosa evolucijskog pristupa: *Prvi*, racionalni pristup primijenjuje pristup jedinstvenosti igrača, niti policija niti kriminalci nemaju sposobnosti centralizacije i cjelokupnog strateškog razmišljanja. Evolucijski pristup može pomoći razumijeti razloge neslaganja između teoretske igre i konvencionalnog ekonomsog pristupa. *Drugi doprinos*, evolucijski pristup je prirodni teorijski okvir interaktivnih modela kriminala. pretpostavka adaptivnog ponašanja od strane oba igrača dovodi do modela akcije i reakcije, koji je konceptualna osnova istodobnih procjena jednadžbi. *Treći doprinos*, doista vrlo je realno i vjerojatno da će kriminalci u kratkom roku smanjiti ili promijeniti svoje strategiju kada se kazne povećavaju odnosno kada je cijena kršenja zakona veća. Međutim, kada policija shvati tu promjenu u kriminalnom ponašanju, izmijeniti će vlastitu strategiju i smanjiti učestalost provođenja zakona. Kriminalci će se opet promijeniti, povećat će se intenzitet kršenja zakona radi manjeg provođenja zakona od strane policije, i opet policija dolazi do promjena strategije itd. dok nova ravnoteža ne dođe do stanja opisanog u jednadžbama (2.1) i (2.2) u kojima povećanje kazne nema utjecaja na kriminalno ponašanje. Dakle, razlog za nedosljednost razlika između teoretske igre i tradicionalne ekonomske analize kriminala je da pristup ovog modela napravio dva pojednostavljenja: prvo je ignoriranje jednog od relevantnih igrača (policije) te drugi, ograničavanje na kratkoročne posljedice politike. Pojednostavljen sociološki pristup je vrlo sličan kod kojeg u kratkom roku mjere socijalne skrbi mogu imati željeni učinak, ali to će navesti policiju da mijenja svoju strategiju i rijeđe provodi zakon. S druge strane kriminalci će povećati učestalost kršenja zakona, a konačno će proces biti uravnotežen u strategijama opisanim jednadžbama (2.1) i (2.2).

Model 4: Mješoviti pristup

U prva dva modela postavljeni su vrlo visoki standardi racionalnosti, a u trećem modelu su bila potrebna samo jednostavna prilagodljiva ponašanja. Razumno je vjerovati da policija(kao jednostavni igrač) predstavlja prvu vrstu racionalnisti, dok će kriminalci predstavljati ponašanje iz trećeg modela. Jeli ravnoteža igre policajca i kriminalca snažnija s ovim realnijim pretpostavkama?
Pod pretpostavkom potpune racionalnosti policije i kratkovidnog ponašanja kriminalaca prevodimo pretpostavke u sljedeću igru: policija mora odabrati neograničen broj strategija, znajući da će kriminalci usvojiti najbolji odgovor za svaku strategiju. Ovaj pristup se tehnički naziva Stacklbergov model ravnoteže, pri čemu policija igra ulogu voditelja igre. Da bismo istražili dinamiku, pretpostavimo da policija odluči laički odigrati prvi potez i krene s punom snagom provođenja zakona. U ovom slučaju, kriminalci nikada neće počiniti kazneno djelo i nedostatak kriminala će potaknut policiju na smanjenje aktivnosti provođenja zakona. Ali ako s druge strane, policija krene s drugom krajnošću i u potpunosti ne bude provodila zakon, kriminal će rasti i policija će biti prisiljena povećati provedbu zakona. Nijedna od ove dvije policijske strategije nije ravnotežna strategija.
Da bismo izračunali Stacklbergovu ravnotežu, istražimo dvije logičke mogućnosti. Prvo, što se dodađa ako policija usvoji strategiju u kojoj je razina provedbe zakona veća ili jednaka onoj koja je naznačena u jednadžbi (2.6)? U ovom slučaju, izravan izračun kriminalaca koji maksimiziraju ponašanje ukazuje na to da će uvijek biti u skladu sa zakonom, stvarajući poticaje za policiju da se smanji razina provođenja zakona(zakonodavnog djelovanja). Prema našim pretpostavkama najmanja moguća razina je y^*. Dakle, y^* je Stacklebergova ravnotežna strategija, razina koja će ako bude usvojena ostati stabilna.
Sada ćemo se pozabaviti drugom alternativom, to jest, što se događa ako je razina provođenja zakona policije strogo manji od y^*(2.6). U ovom slučaju kriminalci su ravnodušni između kršenja i ne kršenja zakona, tako da mogu odabrati bilo koju strategiju.

Tablica 2.2: Matrica isplata sa nepotpunim informacijama isplata

		Policajci	
		provode zakon	*NE provode zakon*
Kriminalci	*krše zakon*	$(d_1 + e_1 x, c_2 + e_2 y)$	$(a_1 + e_1 x, d_2)$
	NE krše zakon	$(c_1, b_2 + e_2 y)$	(b_1, a_2)

Model 5: Racionalni pristup s nepotpunim informacijama i neograničenim brojem mogućih strategija

Pretpostavimo da je sada svaki igrač racionalan, ali dok svaki igrač poznaje svoje isplate, igrači otprilike znaju isplate svojih protivnika. Tehnički, pretpostavimo da postoji slučajna komponenta u isplatama svakog igrača i da svaki igrač zna vrijednost slučajne varijable za sebe, ali ne i za protivnika. Dakle, kriminalci znaju točno svoje isplate, ali mogu približno pogoditi(pretpostavljati) isplatu od policije, obrnuto vrijedi i za policajce.

Tablica 2.2 prikazuje takvu igru s nepotpunim informacijama, gdje su x i y slučajne varijable, a e_1 i e_2 su proizvoljno mali brojevi. Dokaz u nastavku pokazuje da i u tom slučaju, kada slučajna komponenta nestaje (kada e_1 i e_2 konvergiraju prema nuli), tj. dok igrači uče jedni o drugima, učestalost odabranih strategija ponovno se usmjerava prema jednadžbama (2.1) i (2.2).

Općenito, dokazano je da mješovitu strategijsku ravnotežu mogu aproksimirati dvojica igrača s nepotpunim informacijama (znajući samo njihove isplate), kada se slučajne smetnje(poremećaji) ostalih igračevih isplata teže prema nuli.

Vrlo je vjerojatno da u igri policajca i kriminalca, svaki od dvojice igrača nije siguran o isplatama drugih (ili barem nekima od njih), dakle, nepotpuni informacijski pristup odgovara na pitanje stabilnosti jedinstvene Nashove ravnoteže igre. Prirodno tumačenje ovog pristupa je da se igra igra više puta s različitim policajcima i različitim kriminalcima, od kojih je svaki nesiguran u odnosu na ostale isplate. U tom slučaju, budući da se nesigurnost u odnosu na isplatu ostalih igrača smanjuje, učestalost kojom svaka skupina odabire svaku od svojih strategija daje se jednadžbama (2.1) i (2.2).

Dokaz modela 5

Razmotrimo igru Tablice 2.2, gdje $0 < e_1 < 1$ i $0 < e_2 < 1$ te su x i y nezavisni i identično raspoređeni, svaki s jednakom raspodjelom u rasponu od 0 do 1. Kad se igra igra, igrač 1 (građanin) zna vrijednost x ali ne y, a igrač 2 (policija) zna vrijednost y ali ne x. Za svaki par e_1 i e_2 postoji jedinstvena ravnoteža igre, koja je dana sljedečim nejednakostima:

Ako vrijedi sljedeće:

$$x > \frac{e_1(c_1 - d_1) - (a_1 - b_1 + c_1 - d_1)(c_2 - d_2)}{e_1^2 + (a_1 - b_1 + c_1 - d_1)(a_2 - b_2 + c_2 - d_2)} \tag{2.13}$$

kriminalac krši zakon, inače neće kršiti zakon!

Također, ako vrijedi sljedeće:

$$y > \frac{e_2(c_2 - d_2) - (c_2 - d_2 + a_2 - b_2)(c_1 - d_1)}{e_2^2 + (a_1 - b_1 + c_1 - d_1)(a_2 - b_2 + c_2 - d_2)} \tag{2.14}$$

policajac provodi zakon, inače neće provoditi zakon!

Dokaz. Da bismo dokazali nejednakosti (2.13) i (2.14) razmišljamo na sljedeći način. Svaki igrač mora maksimizirati vlastitu isplata s obzirom da se promatra slučajna varijabla koja utječe na njegovu isplatu, ali ne i isplate protivnika. Označiti ćemo s $p(x)$ vjerojatnost da će igrač 1 - građanin kršiti zakon i s $q(y)$ vjerojatnost da će igrač 2 - policija provoditi zakon. Igrač 1 mora odabrati "krši zakon" kada je ovo potez koji maksimizira njegove isplate, bez obzira na isplatu protivnika. Dakle, za vrijednost x veću od neke određene vrijednosti x_0, igrač 1 će odabrati "kršiti zakon". Slično tome, igrač 2 će odabrati "provoditi zakon" za vrijednost y veću od neke određene vrijednosti y_0.
Očekivana korisnost igrača 1 je dana sa:

$$EU_1 = (d_1 + e_1x)pQ + (a_1 + e_1x)p(1 - Q) + c_1(1 - p)Q + b_1(1 - p)(1 - Q) \tag{2.15}$$

gdje je

$$Q = \int_0^1 q(y)dy \tag{2.16}$$

EU_1 dostiže maksimalnu vrijednost kada $\partial EU_1/\partial p$=0, odnosno kada je

$$a_1 - b_1 + e_1x - (a_1 - b_1 + c_1 - d_1)Q = 0 \tag{2.17}$$

Dakle, strategija za igrača 1 je kršiti zakon kada je x takav da je lijeva strana jednadžbe (2.17) veća od nule. Inače kada je lijeva strana jednadžbe (2.17) manja od nule strategija

igrača je da ne krši zakon.
Očekivana korisnost igrača 2 je dana sa:

$$EU_2 = (c_2 + e_2 y)Pq + (b_2 + e_2 y)q(1 - P) + d_2(1 - q)P + a_2(1 - P)(1 - q) \tag{2.18}$$

gdje je

$$P = \int_0^1 p(x)dx \tag{2.19}$$

EU_2 dostiže maksimalnu vrijednost kada $\partial EU_2/\partial q$=0, odnosno kada je

$$d_2 - a_2 + e_2 y - (c_2 - b_2 + d_2 - a_2)P = 0 \tag{2.20}$$

Dakle, strategija za igrača 2 je provoditi zakon kada je y takav da je lijeva strana jednadžbe (2.20) veća od nule. Inače kada je lijeva strana jednadžbe (2.20) manja od nule strategija igrača je da ne provodi zakon.
Međutim, budući da je $p(x) = 1$ kada je x veći od vrijednosti x_0 izračunate iz jednadžbe (2.20) i nula inače, integral

$$P = \int_0^1 p(x)dx = 1 - x_0 \tag{2.21}$$

Slično tome, budući da $q(y) = 1$ kada je y veći od vrijednosti y_0 izračunate iz jednadžbe (2.20) i nula inače, integral

$$Q = \int_0^1 q(y)dy = 1 - y_0 \tag{2.22}$$

Ako uvrstimo P i Q iz jednadžbi (2.21) i (2.22) u jednadžbe (2.17) i (2.20) dobit ćemo linearni sustav dviju jednadžbi s dvije nepoznanice x_0 i y_0. Rješenje ovog sustava predstavljeno je jednadžbama (2.13) i (2.14). Lako je provjeriti da kada $e_1 \to 0$ i $e_2 \to 0$, x_0 i y_0 konvergiraju prema sljedećim vrijednostima:

$$x_0 \to \frac{(c_2 - d_2)}{a_2 - b_2 + c_2 - d_2)} \tag{2.23}$$

$$y_0 \to \frac{(c_1 - d_1)}{a_1 - b_1 + c_1 - d_1)} \tag{2.24}$$

Jednadžbe (2.23) i (2.24) ukazuju na frekvenciju limita da svaki igrač odabere svaku od njegovih čistih strategija. Budući da je distribucija x i y neujednačena, x će biti veći od x_0 točno 1 - x_0 posto vremena. Slično, y će biti veći od y_0 točno 1 - y_0 posto vremena. Stoga kršenje zakona će biti odabrano s frekvencijom 1 - x_0 te provođenje zakona od strane policije s frekvencijom 1 - y_0. Vidimo da su to iste frekvencije kao one izračunate u jednadžbama (2.1) i (2.2).

□

Kratak pregled na modele

Pretpostavke ponašanja svakog od ovih pristupa potpuno su različite. Pretpostavlja se da igrači:

- posluju pod potpunim ili nepotpunim informacijama
- budu potpuno racionalni s obje strane
- prakticiraju prilagodljivo ponašanje
- budu racionalni s jedne strane i prilagodljivi s druge
- budu svi jedinstveni, svi složeni ili jedan jedinstven a drugi složen
- da mogu mijenjati strategije istodobno ili uzastopno.

U svim tim slučajevima, bili smo dovedeni u ravnotežnu strategiju.

Razlog zbog kojeg takvi različiti modeli teže ka istom ishodu ravnoteže je da je koncept Nashove ravnoteže jedino racionalno rješenje za simultane igre. Štoviše, ”gotovo sve normalne igre formiraju ravnoteže”. Stoga je jedina ravnoteža igre mješovite strategije, ravnoteže koja će pokazati sve poželjna svojstva stabilnosti. Na primjer, može se pokazati kao granična ravnoteža u igrama s nepotpunim informacijama i uznemirenim isplatama *(Model 5)*. Slično, vjerojatno će biti evolucijski stabilni *(Model 3)*. A budući da pretpostavke od 1 do 4 dovode do jedinstvene ravnoteže, dobivena konačna ravnoteža je rezultat pristupa s vrlo različitim pretpostavkama ponašanja.

Tablica 2.3 prikazuje pretpostavke pet različitih do sada postavljenih modela i još jedan složeniji model s nepotpunim informacijama *(Model 6)* koji će biti predstavljen kasnije. Općenito, ravnoteža u modelu teorije igara je izrazito osjetljiva na modifikacije informacijskih pretpostavki ili na modifikacije u nizu pokreta. Činjenica da svi ovi modeli vode do iste ravnoteže, pokazatelj je njezine izvanredne stabilnosti.

Tablica 2.3: Pretpostavke različitih modela, dovode do iste ravnoteže igre, jednadžbe (2.1) i (2.2).

Model	Jedinstvenost igrača	Ponašanje	Dostupnost informacija	Broj strategija
1	*Da*	*Strateško*	*Kompletna*	2
2	*Da*	*Strateško*	*Kompletna*	beskonačan
3	*Ne*	*Prilagođeno*	*Kompletna*[b]	2
4	*Policija, Da*	*Mješovito*[a]	*Kompletna*	beskonačan
5	*Ne*	*Strateško*	*Nekompletna*	2
6[c]	*Ne*	*Strateško*	*Nekompletna*	2

a. policija ima strategiju; kriminalci su prilagodljivi.
b. u stvari, svaki igrač se vodi svojim vlastitim isplatama kako bi odabrao određenu strategiju.
c. Model 6 ćemo naknadno obraditi

U početku rezultat ovog modela može biti iznenađujući i sumnjičav, iako je na kraju vjerodostojniji nakon temeljitijeg ispitivanja. Međutim, prepuštaju policiji nedostatak: ako izmjena kazna(isplata) nema učinaka, kako se može smanjiti kriminal? Odgovor koji daje ovaj model je jednostavan. Svaka promjena isplata kriminalaca rezultirat će promjenom strategije policije koja će rezultirati promjenom kriminalnog ponašanja (jednadžba (2.2)). Kao što pokazuje jednadžba (2.2), povećanje c_2 (nagradu koju policija prima kada provodi zakon u nazočnosti kaznenog djela) ili smanjenje d_2 (povećanje krivnje odnosno smanjenje isplate ako ne provede zakon u nazočnosti kaznenog djela) smanjit će udio zločina u strateškoj ravnoteži. Slično tome, bilo kakvo povećanje b_2 (nagrada koju policija prima kada provodi zakon, čak i pri izostanku kaznenog djela) ili smanjenje a_2 (povećanje krivnje odnosno manja isplata ako ne provodi zakon u slučaju nepostojanja zločina) će smanjiti udio kriminalne aktivnosti u ravnoteži.
Isplata policije može se mijenjati na nekoliko različitih načina. Prvo, povećanjem broja agenata za provođenje zakona njihov zadatak postaje lakši, smanjuju isplatu d_2 i a_2, iako takvo rješenje može predstavljati važne ekonomske troškove za društvo. Drugo, isplate se mogu mijenjati povećanjem policijskih poticaja za zarobljavanje kriminalaca: nagrađivanje agenata proporcionalno broju uhićenja. Takva rješenja već se primjenjuju na neke vrste kriminala (npr. kod prometnih prekršaja). Općenitije primjene sličnih metoda mogu predstavljati vrlo značajne socijalne troškove. Doista, javna slika policije može biti iskvarena ako se percipira da pokušavaju da povećaju svoju osobnu dobit proganjajući građane i/ili kriminalce neselektivno. Treće, isplata može biti promijenjena povećanjem društvenog pritiska na policiju ako ne ispunjavaju svoje funkcije. Čini se da je ovo ekonomski i društveno prihvatljivo rješenje, ali iz tog razloga njegov potencijal već je iscrpljen. U ovom slučaju, korištenje metoda 1 i 2 bit će potrebno za dugoročno smanjenje stope kriminala.

2.5 Promjena modela

Do sada smo razmotrili $2x2$ igru bez čiste strateške ravnoteže (temeljena na pretpostavkama od 1 do 4) koja je imala jedinstvenu mješovitu stratešku ravnotežu. Što se događa ako uklonimo neke od pretpostavki od 1 do 4? Ovaj dio prvo ispituje četiri jednostavne varijacije koje krše pretpostavke od 1 do 4, a zatim predstavlja složeniji model u kojem neki igrači imaju predodređeno odabiranje naznačenih pretpostavaka od 1 do 4, a neki ne.

Četiri jednostavna modela sa različitim rezultatima

Može se pokazati da postoje tri kategorije $2x2$ igre:

- onu koja nema čistu strategijsku ravnotežu (samo jedinstvenu mješovitu strategijsku ravnotežu)
- onu s jedinstvenom čistom strateškom ravnotežom
- onu s dvije čiste strateške ravnoteže i mješovitom strategijskom ravnotežom

Već je ispitana igra bez čiste strategijske ravnoteže. Jedina igra koju treba ispitati je ona u kojoj postoji jedinstvena čista strategijska ravnoteža. Postoje četiri moguća slučaja za takve matrice isplate.

Prvi slučaj: Kriminalci preferiraju kršiti zakon, bez obzira na akciju koju policija poduzima. U ovom slučaju (pod pretpostavkama 3 i 4, policija će uvijek provoditi zakon do granica njihove sposobnosti), jedinstveni rezultat biti će kako kriminalci uvijek krše zakon i policija uvijek provodi zakon. Najbliža situacija u stvarnom životu bili bi strani useljenici koji ilegalno prelaze južnu američku granicu. Sve dok prelazak granice i dalje bude dominantna strategija za ilegalne imigrante, ne postoji drugi mogući ishod. Kako bi se izmijenila struktura isplata ove igre i prebacila na igru s kojom smo se bavili u prethodnim podpoglavljima, strategija "krši zakon" mora prestati biti dominantna. Postoje dva različita načina: Prvi je izreći kazne zbog kršenja zakona, a drugi način je karakterski pristup, s ciljem poboljšanja početnih uvjeta života potencijalnih ilegalnih imigranata.

Imajte na umu kako se ta rješenja rješavaju prijedlozima ekonomskih i socioloških pristupa. Sada možemo ići korak dalje u našoj procjeni te teorije te ukazati na to da implicitno pretpostavljaju da je strategija "krši zakon" dominantna za kriminalce. Doista, samo pod tim uvjetima će njihovi propisi biti dugoročno ispravni. Pretpostavimo, na trenutak, postojanje dominantne strategije za kriminalce. Gledajući utjecaj ekonomskog ili sociološkog rješenja na tu strategiju, utvrdili smo da oba rješenja eliminiraju dominantnost, pretvarajući jedinstvenu ravnotežu igre iz čiste strategije u mješovitu strategiju koja znatno smanjuje učestalost (od 1 do q^* po jednadžbi (2.2)) obveze zločina. Od ove točke, međutim, svaka daljnja primjena ovih preskripcija je osuđena na najbolji mogući kratkoročni učinak, dok njihove dugoročne posljedice ne utječu na učestalost počinjenja zločina, kao što smo već napomenuli.

Drugi slučaj: Kriminalci preferiraju poštovati zakon, čak i u slučaju ako policija nije prisutna tj. ako ne provodi zakon. Takva pretpostavka je jako nerealna. Međutim, to bi moglo biti valjano za određene podskupine i za neke određene vrste zločina. Na primjer, većina ljudi ne bi počinila ubojstvo bez obzira na to je li policija u blizini ili ne, međutim većina ljudi prekršila bi ograničenje brzine na praznoj autocesti usred noći. Ovakve varijacije možemo uzeti u obzir jednostavno promjenom potencijalne populacije kriminalaca, pa je u prvom slučaju samo mali postotak stanovništva bio uključen (samo oni koji bi mogli počiniti ubojstvo), dok bi u drugom slučaju mogli cijelu populaciju "građana" nazvati kriminalcima.

U suprotnom slučaju (nitko ne želi kršiti zakon bez obzira na dali je okružen policijom), jedinstvena ravnoteža igre je ne prakticiraju zločin i nema provedbe zakona, pravi raj na Zemlji.

Treći sličaj: Policija provodi zakon, bez obzira na aktivnosti kriminalaca. Opet nema zločina međutim u ovom slučaju to je zbog straha od policije. Imajte na umu da ova pretpostavka uklanja više strategija policije(ima samo 1 strategiju, provođenja zakona). I kao što je rečeno uklanjanje strateških kapaciteta jednog sudionika igre pretvara problem u jednostavan slučaj donošenja odluka. Međutim ovaj sličaj se mora ozbiljno shvatiti na empirijskim temeljima, stavljajući ga sa strane zbog metodoloških vrsta primjene, tj. da bi se primijenila teorija igre.

- Policija nije strateški igrač jer mora poštivati zapovijedi nadređenih (političare ili Ministarstvo unutarnjih poslova). Stoga izbor za policiju je odabran na drugoj razini i policijski odgovori na kriminalce nisu optimalni. Taj argument vrijedi i postaje zanimljiv ako bi se ponašanje svake razine u hijerarhiji tijela za provedbu zakona moglo savršeno pratiti. Međutim razumno je pretpostaviti da šef policije koji ima propuste na određenom tipu kriminala na određenom području te ne provodi zakon za neku određenu vrstu zločina u tom području, čime se smanjuje učestalost provođenja zakona za određeni zločin na određenom području? I čak ako taj šef policije ne primjenjuje takvu strategiju, bi li bilo razumno pretpostaviti da će agenti poslušati zapovjednika šefa i nastaviti patrolirati ako ne postoji očigledan razlog, čak i ako ih se ne prati?

- *Pretpostavka 3* koja regulira policijske povlastice u nedostatku kriminala vrijedi na granici, ali ne i na marginama. Policajci radije ne patroliraju kada nema nikakvog zločina ali ipak još uvijek vole nastaviti patrolirati sve dok postoji vjerojatnost kri-

Tablica 2.4: Igra između kriminalaca i policajaca sa nekompletnim informacijama

		Policajci	
		P (*provode zakon*)	NP (*provode zakon*)
	K (*krše zakon*)	(d_1, c_2)	(a_1, d_2)
Kriminalci	NK (*NE krše zakon*)	(c_1, b_2)	(b_1, a_2)
			(l_1, g_2)

minala. Ovaj argument je ekvivalentan izjavi da policija raspolaže s više od dvije strategije. Ovo je najteži argument za osporavanje. Međutim razmotrite slučaj u kojem oba igrača imaju nekoliko dostupnih strategija. Kriminalci mogu počiniti nekoliko vrsta zločina, a policija provodi zakon s različitim intenzitetom za svaku vrstu kriminala. Generalizacija prikazanih argumenata u prijašnjim potpoglavljima ukazuje da ako nema čistih strategija izmjena isplata jednog igrača utjecat će na izbor mješane strategije. Slijedom toga, robusnost rezultata preživljava te prigovore.

U suprotnom slučaju, ako policija preferira provođenje zakona bez obzira na ponašanje kriminalaca, jedinstvena (čista strategija) ravnoteža modela je da policija provodi zakon i da kriminalci ne krše zakon. Ova suprotna činjenica može se koristiti kao neizravni dokaz protiv pretpostavke koja ga je proizvela (to jest, kršenje *Pretpostavke 3*).

Policija ne provodi zakon, čak i ako se krši od strane kriminalaca. Ovaj slučaj uključuje ekstremno neučinkovitu policiju. Može se naći pravi slučaj koji oslikava ovu situaciju. Na primjer reakcija policije na organizirani kriminal u određenim područjima Sjedinjenih Država ili Italije. Ishod je da će zakon uvijek biti prekršen. Međutim, stvarnost je složenija od takvih jednostavnih igara sa ili bez čiste strategijske ravnoteže. Sada je ispitana mnogo kompliciranija igra.

Kompliciranija igra sa nepotpunim informacijama

Pretpostavke na Tablicu 2.4 $c_1 > d_1$, $l_1 > a_1 > b_1$, $c_2 > d_2$, $a_2 > b_2 > g_2$.

Posebno je zanimljiva komplikacija ako se javnost sastoji od nekih građana koji poštuju zakone i nekih potencijalnih kriminalaca koji ne bi htjeli kršiti zakon ako imaju priliku ga prekršiti. Sličan uvjet može se postaviti i za policijske službenike. Iako se matrica isplata prikazana u Tablici 2.1 čini razumnim predstavljanjem poticajne strukture nekih policijskih agenata, zasigurno postoji veliki udio policijskih agenata koji više vole provoditi zakon cijelo vrijeme (za koje je provedba dominantna strategija). U ovom modelu neki građani poštuju zakone, a neki ne, i neki od policije uvijek provode zakon, dok drugi to čine samo kad je kriminal visok. Ovaj realističniji model društva, označen modelom 6, će dovesti do iste ravnoteže koja se nalazi u modelima 1 do 5.

Tablica 2.4 prikazuje isplate takve mješovite igre stanovništva. Građani koji poštuju zakone imaju dominantnu strategiju da ne krše zakon ($c_1 > d_1$ te $l_1 > a_1$) dok isplata ostatka javnosti slijedi pretpostavke 1 i 2. Dobri policijski agenti imaju dominantnu strategiju provođenje zakona ($c_2 > d_2$ te $b_2 > g_2$) dok se isplata ostalih policijskih snaga daje prema pretpostavkama 3 i 4.

Prikazano stablo na prethodnoj stranici predstavlja igru u kojoj se javnost sastoji od građana koji poštuju zakone (s vjerojatnosti p_1) i potencijalnih kriminalaca s vjerojatnošću 1-p_1, a policijska se snaga sastoji od dobrih i loših agenata s vjerojatnostima p_g i 1-p_g. Kada član policije i član javnosti imaju međusobnu interakciju oni ne znaju kakvu vrstu protivnika susreću. Nepokretnost u informacijskoj strukturi policije i javnosti izražena je skupom informacija na prikazanom stablu na slici 2.1.

U igri prikazanoj na stablu, igrači se služe s nepotpunim informacijama, tj oni znaju kojoj skupini pripadaju pa znaju svoj tip isplata, ali ne znaju tip isplate protivnika s kojima se suočavaju(imamo dvije podklase svake skupine). Svatko zna da je policija sastavljena od p_g loših agenata (s g_2 je njihova isplata u matrici isplata). Štoviše, svatko zna da je javnost sastavljena od p_l građana koji poštuju zakon (s l_1 je naznačena isplata u matrici isplata). Vrijede slijedeće nejednakosti:

$$c_1 > d_1 \tag{2.25}$$

$$e_1 > a_1 > b_1 \tag{2.26}$$

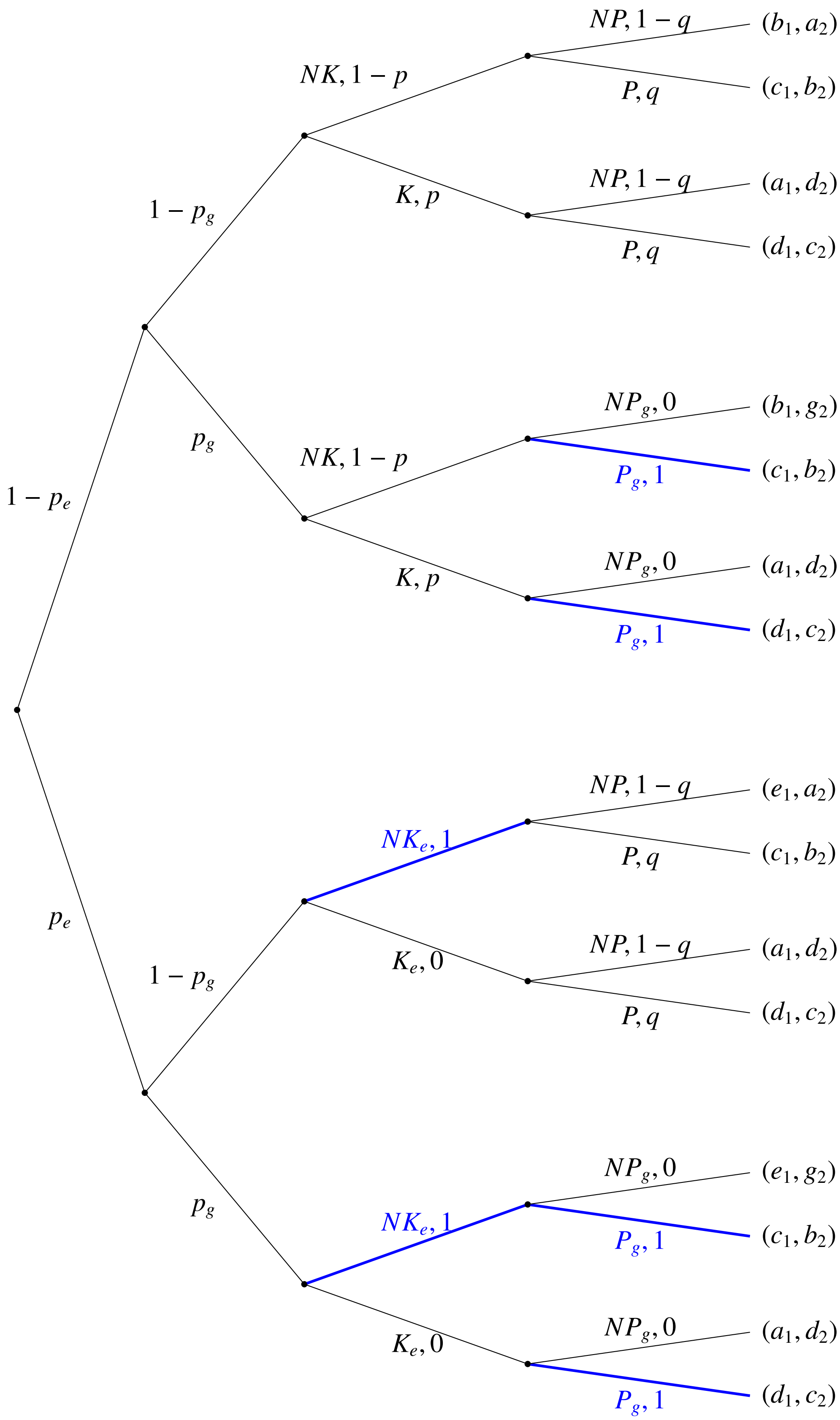
$$c_2 > d_2 \tag{2.27}$$

$$a_2 > b_2 > g_2 \tag{2.28}$$

U ovoj složenijoj i realnijoj igri, igrači s dominantnom strategijom uvijek odigraju ove strategije, dok ostatak igrača koristi mješovite strategije. Izračunavanje vjerojatnosti za potencijalne kriminalce koji krši zakon (p^*) i da ga loši policijski službenici provode (q^*) daju sljedeće rezultate:

$$p^* = \frac{(a_2 - b_2)}{(1 - p_l)(a_2 - b_2 + c_2 - d_2)} \tag{2.29}$$

$$q^* = \frac{(a_1 - b_1) - p_g(a_1 - b_1 + c_1 - d_1)}{(1 - p_g)(a_1 - b_1 + c_1 - d_1)} \tag{2.30}$$



Slika 2.1: Stablo 1

Ispitivanje jednadžbi (2.29) i (2.30) te njihova usporedba s jednadžbama (2.1) i (2.2) otkrivaju da se teoremi prikazani u ovom radu vrijede i za ovu složeniju igru s nepotpunim informacijama. Konkretno izmjena isplata policije ne utječe na ponašanje policijskih agenata nego kriminalaca, a izmjena isplata javnosti ne utječe na ponašanje policijskih agenata, već kriminalaca te izmjena isplata javnosti ne utječe na učestalost zločina, već na provedbu zakona. Zapravo, sofisticirani agenti (oni sa ne dominantnim strategijama) kompenziraju postojanje agenata s dominantnim strategijama. Na primjer ako nema građana koji poštuju zakon ($p_l = 0$), kao što se može očekivati, jednadžba (2.29) se približava prema jednadžbi (2.1), a kad postotak građana koji poštuju zakone poraste, potencijalni kriminalci povećavaju stopu kriminala tako da se ukupna stopa kriminala u društvu još uvijek daje jednadžbom (2.1). Slična se zapažanja mogu iskazati na ponašanje odnosno odabir strategija policijskih agenata. Zaključno, ravnoteža ove realnije igre u kojoj neki igrači igraju strateški, a neki ne, je točno jednaka ravnoteži igre u kojoj su svi agenti strateški, jer strateška sredstva nadoknađuju postojanje ne-strateških agenata.

Rasprava

Rezultati sugeriraju razliku od konvencionalne mudrosti koja se odnosi na pitanje kako spriječiti kriminal. Zajednički pristup ukazuje na povećanje kazni ili stvaranje programa socijalne skrbi. Ovdje predlažemo izmjenu policijskih poticaja. Postoje dva razloga za ovu neusklađenost: Prvo, konvencionalni pristup zanemaruje policiju kao strateškog čimbenika u provođenju zakona a drugi je posljedica prvog. Rezultati konvencionalnih pristupa su kratkoročni jer će policija prilagoditi svoje ponašanje prema novonastaloj situaciji. Konačni ishod povećanja veličine kazne bio bi kontradiktoran, tj. da će svrha zastupnika izgubiti smisao donošenja odluka o smanjenju učestalosti kojom policija provodi zakon kako bi smanjila učestalost zločina.

Rezultati su opravdani na šest različitih načina: prvi pretpostavlja potpunu racionalnost i savršenu informiranost oba igrača, drugi uvodi neograničen broj izbora, treći pretpostavlja jednostavno adaptivno ponašanje, četvrti je mješavina u kojoj je jedan od igrača racionalan i drugi kratkovidan, peti pretpostavlja beskonačnost racionalnih igrača s nepotpunim informacijama, dok šesti pretpostavlja dvije različite vrste svakog igrača i pokazuje da pretpostavke od 1 do 4 nisu potrebne za sve igrače da bi postigli istu ravnotežu. Od tih pristupa, treći pruža mogućnost istraživanja dinamike interakcije.

U tom smislu mogu se proučavati brojni različiti zločini: kršenja prometnih pravila, izbjegavanje poreza i kaznena djela koja rezultiraju smrtnom kaznom. Jedina bi razlika bila da će se populacija osjetljivih kriminalaca promijeniti u skladu s tim. U svim tim slučajevima, veličina kazne ne bi mijenjala učestalost provođenja kriminala u ravnoteži. Realnost modela može se poboljšati u različitim smjerovima. Dodatni glumci mogu se uvoditi tako da bi policija morala provoditi zakon dok bi igrala protiv nekoliko različitih skupina kriminalaca. Ti će se kriminalci razlikovati po vrsti zločina (npr. kradljivci i kršitelji prometa) ili u društvenoj klasi ili u susjedstvu (npr., ili siromaštvu). U svim tim slučajevima, najzanimljiviji ishod bio bi ravnotežna strategija policije. Kako bi policija podijelila svoj posao da bi provela zakon? Nekoliko socioloških teorija o različitim stopama provedbe zakona ili diferencijalnih (klasnih) stopa kriminala se mogu testirati. Također se mogu uvesti dodatne strategije za svakog od igrača. Na primjer jedan od igrač mogao bi odabrati različite vrste zločina, a policija bi mogla varirati težinu provedbe zakona prema određenom tipu zločina. Ova generalizacija ne bi mijenjala kvalitativne rezultate. Sve dok ne postoji čista strategija Nashove ravnoteže u igri, i dok su čiste strategije koje svaki igrač kombinira iste, strategijske kombinacije(mješovita strategija) svakog igrača bit će funkcija isplate drugih igrača.

Osim toga, proučavanje strategija ravnoteže poboljšalo bi naše razumijevanje fenomena povezanih s kriminalom i politikom prevencije kriminala. Još jedna empirijski zanimljiva modifikacija modela bila bi uključivanje isplata sa strane među igračima. Na primjer kriminalci kada su uhvačeni mogli bi podmititi policiju kako bi ih oslobodili. Kako bi se takva mogućnost mogla uvrstiti u naš model? U slučaju uhićenja, isplata kriminalca mora biti povezana s isplatom policije (recimo, linearnom funkcijom). U ovom slučaju, povećanje kazne istovremeno bi povećalo isplatu policije za svako uhićenje, ali bi se smanjile stvarne posljedice svakog (neformalnog) uhićenja. Posljedica ove posebne situacije je da policija patrolira češće uz manje uhićenja, pa stoga nema javnog dobra od postojanja policije.

Konačno, dodatna izmjena bi uvela u zakonodavstvo javnosti kao trećeg igrača u igru. Ovaj treći igrač mora postaviti pravila igre isplata kriminalaca i policije. Ovaj kapacitet za izradu pravila jednak je izboru različitih mogućih igara. Ovdje prikazana analiza, može pomoći zakonodavcima da odaberu najprikladniju kombinaciju isplata.

Poglavlje 3

Primjer 2: Efikasnost sankcija na ciljanu zemlju

3.1 Uvod u primjer 2

Prikazali smo igru u kojoj su glavni akteri bili policajci i kriminalci, a u ovom slučaju kojim ćemo se sada baviti glavni akteri su zemlja koja nameče sankcije i druga zemlja koja podliježe sankcijama. Prije same obrade modela posvetit ćemo par rečenica povijesti sankcija među zemljama.

Sankcije kroz povijest

Iako su sankcije bile vrlo česte među zemljama u dvadesetom stoljeću, pogled na niske razine uspjeha (33 od 83 slučaja) ukazuje na to da zemlje koje ih nameću ne mogu odabrati odgovarajuću strategiju. Štoviše analitičari ponekad nude kontradiktorne savjete za takve odabire. Ovaj primjer prikazuje igru odnosno teoretsko objašnjenje ovih pojava. Šest različitih slučajeva dovode do istog ishoda ravnoteže. U nekom širem rasponu specifičnih okolnosti, veličina sankcija nema utjecaja na ponašanje ciljane zemlje.
Od davnina, 432 godine prije rođenja Krista kada je Periklo donio odluku o Megarianu kojom zabranjuje Magarionima trgovanje i putovanja na području pod vladavinom Atene, ekonomske sankcije su tada već bile sastavni i važan dio vanjske politike. U novijoj povijesti, sankcije su primijenjene u vojne svrhe, da destabiliziraju strane vlade, štite ljudska prava te su osvetničke protiv terorističkih akcija. One se kolektivno primjenjuju od aktera kao što su Liga nacija, zemalja OPEC-a i jednostrano od strane pojedinih država nacija kao što su SAD, nekad Sovjetski savez, Ujedinjeno kraljevstvo i Kanada. U razdoblju nakon 1960-te, sankcije su se koristile često, dva do tri puta godišnje. Dakle, očekujemo da će takvo dugo i mnogobrojno iskustvo dati odgovore na pitanja o tome funkcioniraju

li sankcije i ako funkcioniraju pod kojim uvjetima. Odgovori na ta pitanja smanjili bi neučinkovito primjenjivanje učestalih sankcija: zemlje koje ih nameču bile bi u stanju predvidjeti rezultate svojih postupaka i izbjegle bi skupe, beskorisne i ponižavajuće rezultate ekonomskog rata. Ipak pitanje učinkovitosti sankcija ostaje pitanje koje izaziva mnoge kontradiktorne odgovore. Stopa uspješnosti sankcija od 1914. godine je bila slaba, oko 40%. Svrha ovog primjera je istražiti problem ovlasti i usklađenosti u anarhijskom okruženju te koji su uvjeti pod kojima će se države suzdržati od dostupnih profitabilnih alternativa zbog straha od odmazde drugih država? Pod kojim uvjetima se povećava stopa uspjeha? Zašto zemlje koje nameću sankcije slabo uče iz prijašnjih nametanja sankcija? Zašto analitičari pružaju kontradiktorna rješenja?

Pretpostavke

Ovaj primjer pretpostavlja da su države jedinstveni i racionalni akteri. Ovo je uobičajena iako nerealna pretpostavka. Razlog zašto ne slijedimo realniji put jest da argumenti budu što jasniji i jednostavniji da bismo pokazali kako možemo odgovoriti na ova pitanja bez uplitanja u domaću politiku. Međutim u nekoliko mjera ćemo raspravljati o utjecaju domaće politike i drugih igrača u igri sankcija. Prvo istražujemo šest različitih načina koncepta problema sankcija kao igre između zemlje koja nameće sankcije i zemlje primateljice sankcija. Te igre čine potpuno različite pretpostavke o igračima: one koji igraju pod potpunim ili nepotpunim informacijama, te one koje igraju potez istodobno ili uzastopno. Bez obzira na razlike u pretpostavkama, svih šest slučajeva dovodi do istog ishoda ravnoteže. Analizirat ćemo uvjete pod kojima zemlja koja nameće sankcije primjenjuje sankcije bez obzira na njihov utjecaj te također analiziramo, ciljanu zemlju kako će i hoće li zanemariti sankcije neovisno o njihovoj težini. Uvesti ćemo strukture vrsta nesigurnosti, jedna ili obje zemlje ne poznaju tip svog protivnika(bez obzira je li tip protivnika ”mekan” ili ”težak”. Uvesti ćemo u jednom djelu unutarnju politiku i probleme međunarodne suradnje).

3.2 Šest scenarija u potrazi za ravnotežom

Sankcije možemo promatrati kao akcije odnosno postupke koje su inicirali jedan ili više međunarodnih aktera ”pošiljatelji” protiv jednog ili više drugih ”primatelja sankcija” s jednom ili obje sljedeće svrhe: kazniti primatelja sankcija oduzimajući mu neke od vrijednosti i/ili da primateljima budu nametnute neke norme koje pošiljatelj smatra važnima. Mišljenje akademske zajednice kasnih šezdesetih i ranih sedamdesetih godina je da su ekonomske sankcije uglavnom neučinkovite. Jedni od zaključaka akademske zajednice su da ”vjerojatna učinkovitost gospodarskih sankcija je općenito negativna”, ”zastrašujuća i prisilna sila sankcija je slaba gotovo po svakom rezultatu”, ”opća slika ekonomskih sankcija je da nisu uspjele kao sredstvo utjecaja u međunarodnom sustavu” te ”sveukupni zaključak da je

Tablica 3.1: Matrica isplata

		Zemlja pošaljitelj	
		sankcionira	*nesankcionira*
Ciljana zemlja	*krši*	(d_1, c_2)	(a_1, d_2)
	poštuje	(c_1, b_2)	(b_1, a_2)

opisana embargo politika bila neuspjeh".
Postoji međutim nepodudarnost između uvjerenja akademske zajednice i politike u odnosu na ekonomske sankcije. Doista u istom je razdoblju broj incidenata(sankcija) rastao sa 5 u razdoblju od 1965. do 13 između 1970. i 1975. godine, na 22 između 1975. i 1980., a zatim je pao na 11 između 1979. i 1984. Ovo povećanje nije povezano s učinkovitosti. Zapravo, omjer uspjeha prije 1973. bio je gotovo 45%, a nakon 1973. godine pao je na manje od jedne trećine. Mišljenja akademika i kreatora politike osciliraju između uvjerenja da su sankcije nedjelotvorne s jedne strane i da mogu imati uspješne političke ishode s druge strane.
Jedan od razloga za takva kontradiktorna uvjerenja jest nevjerojatna količina buke koju sadrži razina podatka: neizvjesnosti u pogledu određivanja je li sankcija uspješna, kako mjeriti veličinu kazne, kako mjeriti utjecaj na ekonomiju pošiljatelja i ciljane zemlje, te kako izračunati ovisnost cilja u međusobno ovisnom gospodarskom sustavu gdje druge zemlje mogu popuniti prazninu u gospodarskim odnosima i trgovini. Čini se da je svaki incident sankcija jedinstven i stoga je bilo koja generalizacija nemoguća. Uvjerljivo kao što se to može činiti, nije spriječilo analitičare da pokušaju kontrolirati različite varijable, klasificirajući sankcije u različite kategorije i dajući pravila o propisima za uspješno sankcioniranje. Učinit ćemo isto s teoretskog stajališta. Ali prvo, razvijamo nekoliko stiliziranih scenarija sankcija. Takvi scenariji su apstrakcije i pojednostavljenja stvarnih situacija, a svaki od njih predstavit će nerealne ili nepoželjne osobine. Međutim, različitost pretpostavki i jedinstvo zaključka tih modela uvjerit će nas da su ovdje navedeni rezultati valjani u širokom rasponu uvjeta.
Pretpostavimo da postoje dvije ekstremne opcije za primatelja (od sada na "ciljanu" zemlju): ili da krši zakon, pravilo, normu ili standard koji je od materijalne i/ili normativne važnosti za zemlju pošiljatelja, ili da se pridržava toga. Ove ekstremne opcije nazivaju se "krši" i "poštuj" kao u slučaju igre policajaca i kriminalaca. S druge strane, zemlja pošiljatelj može odabrati između dvije krajnosti: ili "sankcionirati" maksimalnim kapacitetom ili "ne sankcionirati". Tablica 3.1(gotovo identična kao i Tablica 2.1) predstavlja isplatu svakom igraču u svakom od četiri moguća ekstremna ishoda igre. Tablica 3.1 je opća matrica isplata koja će zadržati sve moguće varijacije igara.

Imamo iste pretpostavke kao u prethodnom primjeru. Razumno je pretpostaviti da ako pošiljatelj neće sankcionirati, ciljana zemlja bi radije preferirala da ne bude u skladu sa standardima.

Pretpostavka 1: $a_1 > b_1$

Možemo pretpostaviti da sankcije na maksimalnom kapacitetu imaju zastrašujući učinak i da ciljana zemlja preferira izbjegavanje sankcija umjesto da krši standard i da se sankcionira.

Pretpostavka 2: $a_2 > b_2$

Razumno je pretpostaviti da sankcije također uzrokuju trošak u zemlji pošiljatelja. Tada bi bilo poželjnije da pošiljatelj ne sankcionira ciljanu zemlju ukoliko nijedan njezin interes nije povrijeđen.

Pretpostavka 3: $c_1 > d_1$

Konačno, zemlja pošiljatelja preferira reagirati i sankcionirati umjesto da ostane neaktivna kada su povrijeđeni njezini interesi. Opet, u sljedećem dijelu ova pretpostavka će biti podvrgnuta razmatranju.

Pretpostavka 4: $c_2 > d_2$

Nakon što smo odredili redoslijed različitih isplata za svakog igrača, možemo se usredotočiti na različite scenarije ekonomskih sankcija.

Prvi scenarij: Kompletne informacije, kontinuirani odabir racionalnosti i istovremeni potezi.

Pošiljatelj i ciljana zemlja upoznati su s isplatama te su ujedinjeni, savršeno racionalni igrači. Svatko ima mogućnost izbora razine strategije. Ciljana zemlja mora odlučiti o razini x svoje povrede (gdje $x = 1$ označava potpuni prekršaj a $x = 0$ označava potpunu usklađenost). Zemlja pošiljatelja mora odrediti razinu sankcija y (gdje $y = 0$ znači da nema sankcija, a $y = 1$ znači sankcije s maksimalnim kapacitetom). Kada su x ili y, 0 ili 1, isplate za svaku zemlju dane su Tablicom 3.1. Za isplatu svakog igrača za svaki par strategija potrebno je napraviti jednu dodatnu i važnu pretpostavku.

Pretpostavka 5: Isplata svakog igrača je linearna funkcija strategije igrača.

Pretpostavka 5, zajedno s isplatama iz Tablice 3.1, daje slijedeće isplate za svakog igrač. Isplate su funkcije u ovisnosti o strategijama koje su odabrali(identično kao isplate (2.3) i (2.4)):

$$u_1 = (b_1 - c_1 - a_1 + d_1)xy + (c_1 - b_1)y + (a_1 - b_1)x + b_1 \tag{3.1}$$

$$u_2 = (a_2 - b_2 - d_2 + c_2)xy + (b_2 - a_2)y + (d_2 - a_2)x + a_2 \tag{3.2}$$

Jednadžbe (3.1) i (3.2) omogućuju nam izračunavanje ravnotežnih strategija igre sankcija.

$$x^* = \frac{a_2 - b_2}{a_2 - b_2 + c_2 - d_2} \tag{3.3}$$

$$y^* = \frac{a_1 - b_1}{a_1 - b_1 + c_1 - d_1} \tag{3.4}$$

Strategije ravnoteže definirane su kao par strategija x^* i y^* koji su optimalni odgovori jedni drugima. Ako igrači odaberu bilo koji drugi par strategija, jedan od njih će imati poticaj da promijeni svoju strategiju. Drugi će također mijenjati svoju strategiju kao odgovor na strategiju prvog igrača te će se na taj način stvoriti beskonačan ciklus odgovora.

Drugi scenarij: Savršena dostupnost informacija, racionalnost, diskretni odabiri i istovremeni potezi.

Sada razmotrite da sve pretpostavke napravljene u prvom scenariju i dalje postoje, osim jedne: svaka zemlja ima samo dvije ekstremne opcije. Ciljana zemlja može ”prekršiti” ili ”uskladiti” se sa standardom, a zemlja pošiljatelj može ”sankcionirati” ili ”ne sankcionirati”. Nijedna od tih strategija nije međusobno najbolji odgovor, a igra prikazana u Tablici 3.1 nema čistu ravnotežu strategije. Slijedi da je jedina moguća ravnoteža diskretne igre sankcija u mješovitim strategijama. Izračun replicira točno prethodni scenarij: Svaka zemlja umjesto da izračuna optimalnu razinu svoje strategije, izračunava optimalnu učestalost miješanja dviju čistih strategija. Izračuni dovode do iste ravnoteže kao i jednadžbe (3.1) i (3.2): Ciljana zemlja krši standarde s frekvencijom $p^* = x^*$ dok se zemlja pošiljatelja sankcionira s frekvencijom $q^* = y^*$.

Kontinuitet strategija vodi promatrače na pogrešne zaključke jer moraju tumačiti da li sankcije rade ili ne dok se u stvari svaka zemlja ne odluči o svojim potezima u diskretnom scenariju te postavlja razine sankcija ili kršenja. Iz naših dvaju stiliziranih scenarija postaje jasno da iako kontinuitet strategija može stvoriti probleme prebrojavanja nema bitne konceptualne razlike između kontinuiranih i diskretnih scenarija strategije. Može se pomicati od jedne do druge prevođenje razina u frekvencije i obrnuto, stoga ćemo u preostalim primjerima ispustiti razliku i koristiti samo lakši slučaj u ekspozicijske svrhe.

Treći scenarij: Savršene informacije, racionalnost, kontinuirani odabiri i sekvencijalni potezi.

Pretpostavimo sada da su isplate za odabir ekstremnih strategija one u Tablici 3.1 te da se pridržavamo svih pretpostavki. Pretpostavimo da dva igrača odigravaju svoje poteze u nizu, a ne istodobno. Prvo ciljana zemlja odlučuje koliko će kršiti standard (odlučuje x), a zatim zemlja pošiljatelja odlučuje koliko će sankcionirati (odluči y). Iz jednadžbi (3.1), (3.2), (3.3) i (3.4) jasno je da ako ciljana zemlja odluči prekršiti normu za više od x^*, onda je u interesu zemlje pošiljatelja da nametne maksimalnu kaznu (odgovori s $y = 1$), što bi rezultiralo žaljenjem za izborom od strane ciljane zemlje. S druge strane ako ciljana zemlja odabere bilo koji x manji od x^*, najbolji odgovor zemlje pošiljatelja je zanemariti kršenje (postaviti $y = 0$) što će ciljanu zemlju motivirati da poveća svoju razinu kršenja. Iz ovog računa slijedi da nikakva vrijednost manja ili veća od x^* može biti ravnotežna strategija, pa stoga ravnoteža igre daje rezultat (3.3) (pošiljatelj može odabrati bilo koji odgovor).

Četvrti scenarij: Adaptivno ponašanje, izmjenični potezi.

Razmotrimo sada da je matricu isplate prikazanu u Tablici 3.1, te pretpostavimo da niti jedna zemlja nije savršeni racionalani igrač. Obje zemlje pokazuju prilagodljivo ponašanje i alternativne poteze. Pretpostavimo da ciljana zemlja u početku odabire razinu x kršenja standarda, a zemlja pošiljatelja donosi razinu sankcije y. Isplate su dane jednadžbama (3.1) i (3.2). Zatim ciljana zemlja mijenja svoje ponašanje na vrijednost kazne. Nakon toga, zemlja pošiljatelja mijenja razinu kazne kako bi se složili s razinom prekršaja. I tako dalje simultano. Te međusobne prilagodbe proporcionalne su razlici između trenutačne isplate i maksimalne moguće isplate s obzirom na strategiju protivnika.

Lako je izračunati da je optimalna strategija za ciljnu državu koja je prekršila standard u maksimumu ($x = 1$) kad god zemlja pošiljatelja primjenjuje sankcije na razini manjoj od y^* (od jednadžbe (3.4)), ili da ciljana zemlja potpuno pošuje zadane norme ($x = 0$) kad god zemlja pošiljatelja primjenjuje sankcije više od y^*. Slično tome optimalna strategija zemlje pošiljatelja je "sanirati" na maksimalnoj razini ($y = 1$) kad god ciljana zemlja krši standard na razini iznad x^* ((3.3)) ili da "ne sankcionira "($y = 0$) kad god ciljana zemlja krši standard na razini manjoj od x^*. Kasnije u dokazu ćemo pokazati da se ovaj proces može formalizirati pomoću sljedećih diferencijalnih jednadžbi:

$$\frac{dx}{dt} = k((1 - x)[(c_1 - b_1 + a_1 - d_1)y - (a_1 - b_1)]; y < y^* \tag{3.5}$$

i

$$\frac{dx}{dt} = -kx[(c_1 - b_1 + a_1 - d_1)y - (a_1 - b_1)]; y \geq y^* \tag{3.6}$$

$$\frac{dy}{dt} = ly[(a_2 - b_2 - d_2 + c_2)x + (b_2 - a_2)]; x < x^* \tag{3.7}$$

i

$$\frac{dy}{dt} = ly(1 - y)[(a_2 - b_2 - d_2 + c_2)x + (b_2 - a_2)]; x \geq x^* \tag{3.8}$$

gdje su k i l pozitivne konstante.

Jednostavnim riječima pod pretpostavkama od 1 do 4 ako zemlja pošiljatelja sankcionira, ciljana zemlja će se voditi pod pretpostavkom 3. Ako je ciljana zemlja u skladu sa standardima, pošiljatelj sankcija će zaustaviti sankcioniranje sukladno pretpostavci 2. Ako pošiljatelj zaustavi sankcioniranje ciljana zemlja će kršiti standarde po pretpostavci 1. Ako ciljana zemlja prekrši standarde, zemlja pošiljatelj će provesti sankcije po pretpostavci 4. Ako zemlja pošiljatelj sankcionira ciljana zemlja će prestati kršiti standarde sukladno pretpostavci 3 i tako dalje. Bez obzira koji od ekstremnih kombinacija strategija proizlazi iz izbora dvaju igrača, jedan će igrač imati poticaj da izmijeni svoj izbor. Opisali smo ovaj ciklus procesa između sankcija i bez sankcija, kršenja standarda i sukladnosti u ekstremnim uvjetima. Jednadžbe (3.5) i (3.7) opisuju manje međusobnih prilagodbi. Ali glavno je pitanje gdje će se taj proces međusobnih prilagodbi uravnotežiti?

U nastavku ćemo dokazati da je jedinstvena ravnoteža ovog sustava diferencijalnih jednadžbi također dana s rezultatima (3.3) i (3.4). Tumačenje ovog rezultata je sljedeće: pretpostavke savršene racionalnosti nisu potrebne kako bi se došlo do iste ravnoteže u igri sankcija. Čak i prilagodljivo kratkovidno ponašanje dovodi do istog ishoda. Ovaj zaključak je vrlo važan jer se može tvrditi da države nisu jedinstveni akteri, time i konkurentske koalicije unutar svake države pokušat će usvojiti različite politike kako bi se država riješila sankcija. Te se različite politike mogu zatim modelirati kao proces gdje svaka zemlja pokušava pronaći rješenja koja rade pod tim okolnostima, to jest s obzirom na ono što je protivnik učinio do sada.

Dokaz. Dokaz da scenarij 4 dovodi do iste ravnoteže. Obje zemlje pokazuju prilagodljivo ponašanje i alternativne poteze. Kada zemlja pošiljatelja primjenjuje sankcije na razini manjoj od y^* (3.4), optimalna strategija za ciljnu državu predstavlja maksimalni prekršaj standarda ($x = 1$). U tom slučaju optimalna isplata je dana jednadžbom (3.1) tako da se x zamijeni sa 1.

$$max(u_1) = (-a_1 + d_1)y + a_1 \tag{3.9}$$

Kada zemlja pošiljatelja primjenjuje sankcije veće od y^* optimalna strategija za ciljnu državu mora biti u skladu sa maksimalnim standardom ($x = 0$). U tom slučaju optimalna isplata je dana je dana jednadžbom (3.1) tako da se x zamijeni sa 0.

$$max(u_1) = (c_1 - b_1)y + b_1 \tag{3.10}$$

Slično tome kada ciljana zemlja krši standard više od x^* optimalna strategija za pošiljatelja je maksimalne sankcije za ciljanu ($y = 1$). U tom slučaju optimalna isplata za pošiljatelja dana je sa (3.2) tako da se y zamjeni sa 1.

$$max(u_2) = (c_2 - b_2)x + b_2 \tag{3.11}$$

Kada ciljana zemlja krši standard manje od x^* optimalna strategija za zemlju pošiljatelja je zanemariti kršenje ($y = 0$). U tom slučaju optimalna isplata dana je sa (3.2) tako da se y zamjeni sa 0.

$$max(u_2) = (d_2 - a_2)x + a_2 \tag{3.12}$$

Međusobne prilagodbe provode se proporcionalno razlici između trenutne isplate i maksimalno moguće isplate s obzirom na strategiju protivnika. Prema tome iz (3.1), (3.2), (3.9), (3.10), (3.11), (3.12) dobivamo razliku između razine kršenja standarda od strane ciljane zemlje u vremenu t i $t + 1$:

$$\frac{dx}{dt} = k((1 - x)[(c_1 - b_1 + a_1 - d_1)y - (a_1 - b_1)]; y < y^* \tag{3.13}$$

i

$$\frac{dx}{dt} = -kx[(c_1 - b_1 + a_1 - d_1)y - (a_1 - b_1)]; y \geq y^* \tag{3.14}$$

Slično tome razlika između razina sankcija zemlje pošiljatelja u vremenu t i $t + 1$ je:

$$\frac{dy}{dt} = ly[(a_2 - b_2 - d_2 + c_2)x + (b_2 - a_2)]; x < x^* \tag{3.15}$$

i

$$\frac{dy}{dt} = ly(1 - y)[(a_2 - b_2 - d_2 + c_2)x + (b_2 - a_2)]; x \geq x^* \tag{3.16}$$

gdje su k i l pozitivne konstante.

Prikazani sustav diferencijalnih jednadžbi se zove Lotka Volterin. Lako je izračunati ravnotežu sustava ako postavimo lijevu stranu jednadžbi jednako 0. Jedinstvena ravnoteža sustava je ona izračunata jednadžbama (3.3) i (3.4). Da bi se isključili druga moguća rješenja možemo promatrati dva slučaja: Prvo parove gdje je jedna od varijabli 0 ili 1. Taj slučaj nije u ravnoteži jer jedna od jednadžbi (3.9), (3.10), (3.11), (3.12) nije jednaka 0. Drugi slučaj parovi gdje su obje varijable x i y jednake 0 ili 1 nisu u ravnoteži jer ponovno jedna od prije navedenih jednadžbi nije jednaka 0. Dakle sustav od (3.9), (3.10), (3.11), (3.12) ima jedinstvenu ravnotežu te je ta ravnoteža jednaka jednadžbama (3.3) i (3.4).

□

Tablica 3.2: Matrica isplata - nepotpune informacije

		Zemlja pošaljitelj	
		sankcionira	*nesankcionira*
Ciljana zemlja	*krši*	$(d_1 + e_1 x, c_2 + e_2 y)$	$(a_1 + e_1 x, d_2)$
	poštuje	$(c_1, b_2 e_2 y)$	(b_1, a_2)

Peti scenarij: Obostrano nepotpune informacije, racionalnost, diskretni izbori i istodobni potezi.

Da bismo modelirali nepotpune podatke razmotriti ćemo da postoji slučajan "šum" u isplatama svakog igrača. Kada igrači izaberu strategiju znaju svoje isplate, ali ne i isplate od protivnika. Kako ćemo raspravljati u sljedećem odjeljku ovaj šum u isplatama može biti posljedica domaće politike ili događaja koji se odnose na međunarodno gospodarsko natjecanje. Razmotrimo igru Tablice 3.2, gdje su $0 < e_1 < 1$, $0 < e_2 < 1$ a x i y nezavisni. Kada se igra igra igrač 1 (cilj) zna vrijednost x ali ne i y a igrač 2 (pošiljatelj) zna vrijednost y ali ne i x. Ako su e_1 i e_2 jednaki 0 igra u Tablici 3.2 postaje identična kao igra s potpunim informacijama u Tablici 3.1. Pretpostavimo da su e_1 i e_2 vrlo mali pozitivni brojevi. Tada se x i y mogu protumačiti kao manji čimbenici koji utječu na isplatu igrača kada se odaberu strategije "krši" i "sankcija".

U dokazu modela 5 drugoga poglavlja smo pokazati da kada e_1 i e_2 konvergiraju ka 0 jedinstvena ravnoteža igre s nepotpunim informacijama ponovno je dana jednadžbama (3.3) i (3.4). Tumačenje ovog rezultata je jasno, čak i pod nepotpunim informacijama budući da se šumovi isplata svakog od igrača smanjuju ako svaki igrač nauči više o svom protivniku (tako da e konvergira ka 0), tako da ravnotežne strategije su jednake kao i igra pod savršenim informacijama.

Šesti scenarij: Jednostrani nepotpuni podaci, racionalnost, diskretni izbori i istodobni potezi.

Ovo je poseban slučaj prethodne igre gdje su isplate jednog od protivnika poznate obojici igrača, a isplata drugog igrača podložna je slučajnim šumovima. Upotrebljavajući iste pretpostavke kao i u prethodnom scenariju koji se odnosi na e_1 ili e_2 i slučajnu varijablu x (ako je pošiljatelj neupoznat isplatama ciljane zemlje) ili y (ako isplata zemlje pošiljatelja nije poznata ciljanoj zemlji) ravnoteža igre je prikazana jednadžbama (3.3) i (3.4) kada e ima konvergira ka 0 (dokaz identičan u Poglavlju 3).

Šest različitih scenarija dovelo je do iste ravnoteže. Neki su pretpostavljali istodobne a drugi su pretpostavljali uzastopne poteze, neki pretpostavljaju savršenu racionalnost drugi jednostavno prilagodljivo ponašanje, neki savršenu dostupnost informacija drugi nepotpune informacije jedne ili obje strane, a u nekim scenarijima zemlje su imale jednostavne izbore a u drugima je bio dostupan kontinuitet strategija. Konvergenciju svih tih modela na istu ravnotežu treba tumačiti kao pokazatelj robusnosti ove ravnoteže različitim vjerojatnim specifikacijama problema sankcija. Sada je vrijeme da ispitamo svojstva ove ravnoteže.

3.3 Zabluda Robinson Crusoe

Prva i vjerojatno najvažnija promatranja iz jednadžbi (3.3) i (3.4) su da strategija ni ciljane zemlje ni zemlje pošiljatelja ne ovisi o vlastitim isplatama, to ovisi o isplatama protivnika! Bez obzira na to jesu li strategije tumačene kao diskretne ili kontinuirane i dali li x ili y predstavljaju razinu ili učestalost sankcija ili kršenja, rezultat ostaje isti. Strategija svakog igrača ovisi isključivo o isplatama protivnika. Dopustite da izdvojimo ovaj rezultat u obliku dva korolara:

Korolar 3.3.1. *Pod pretpostavkama od 1 do 4 izmjena isplata ciljane zemlje ne utječe na razinu kršenja standarda ciljane zemlje x^*. Naprotiv to ima utjecaj na razinu sankcija y^* koje nameće zemlja pošiljatelja.*

Dokaz. Parametri jednadžbi (3.3) i (3.4). □

Korolar 3.3.2. *Pod pretpostavkama od 1 do 4 izmjena isplata zemlje pošiljatelja ne utječe na razinu namtanjas sankcija ciljanoj zemlji y^*. Naprotiv to ima utjecaj na razinu kršenja sankcija x^* ciljane zemlje.*

Dokaz. Parametri jednadžbi (3.3) i (3.4). □

Postoji nekoliko korelacija Korolara (3.3.1) i Korolara (3.3.2). Da bi se smanjila učestalost kršenja potrebna je izmjena isplata zemlje pošiljatelja odnosno povećanje c_2 (olakšavanje sankcija za zemlju pošiljatelja) ili smanjenje d_2 (otežati ne provođenje sankcija kada se standard prekrši) ili smanjenje a_2 (destimulirati ne provođenje sankcija kada ciljana nacija ne krši pravila) ili povećanje b_2 (vrijednost pogrešno primijenjenih sankcija). Da bi se smanjila učestalost sankcija potrebna je izmjena isplata ciljane zemlje povećanje b_1 (stimulacija ciljane zemlje za pridržavanje propisa nametnutih od zemlje pošiljatelja) ili smanjenje d_1(povećanje troškaka sankcija za ciljnu zemlju), ili smanjenje a_1 (vrijednost nekažnjenih prekršaja) ili povećanje c_1 (vrijednost pogrešno primijenjenih sankcija).

Slučaj 0: Kombinacija pretpostavki 1-4

Slučaj 1: Povreda pretpostavke 3

$c_1 < d_1$. U ovom slučaju ciljana zemlja preferira povredu standarda bez obzira na to kakva je reakcija zemlje pošiljatelja tako da će zemlja pošiljatelj sankcionirati ili ne sankcionirati ovisno o tome jesu li $c_2 > d_2$. Ako je $c_2 > d_2$ primijetiti ćemo neuspješne sankcije. Ako je međutim $c_2 < d_2$ neće se primijetiti nikakav utjecaj. U najboljem slučaju diplomatski će prigovor biti jedini vidljivi znak nelagode koju je pokazala zemlja pošiljatelja.

Slučaj 2: Povreda pretpostavke 4

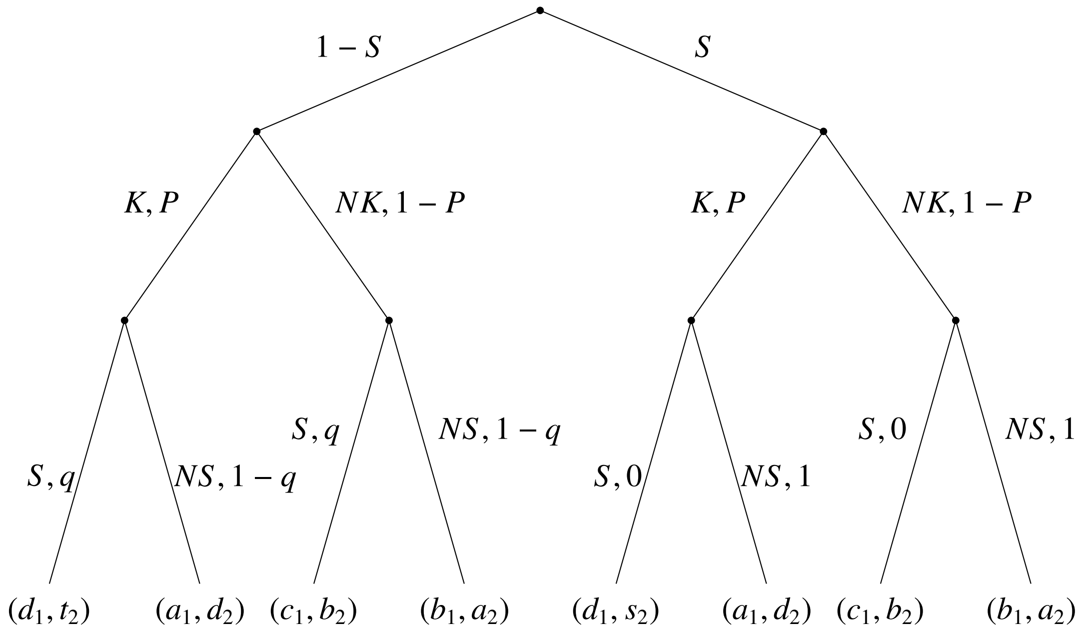
$c_2 < d_2$. U ovom slučaju zemlja pošiljatelja nikada neće sankcionirati. Kao rezultat ciljane zemlje uvijek krše interese pošiljatelja. To je uvijek slučaj s malim zemljama pošiljateljicama, zato ne postoje slučajevi sankcija gdje je pošiljatelj mala zemlja.

Međutim realniji je slučaj drugačije vrste nepotpunih informacija od onog koji se istražuje u scenarijima 5 i 6. Što se događa ako jedan ili oba igrača ne znaju u kojem se slučaju nalaze? Na primjer što ako ciljana zemlja nije sigurna je li zemlji pošiljatelja u interesu sankcionirati, tako da ne može zanemariti slučajeve 1 i 3? Ili što se događa kada zemlja pošiljatelja ne zna hoće li sankcije utjecati na to da ciljana zemlja promjeni svoje ponašanje odnosno zemlja pošiljatelj ne može zanemariti prva dva slučaja? Ili ako kombinirana nesigurnost tjera sudionike igre da vjeruju da bi mogli biti u jednom od tri slučaja?

Pretpostavke: $c_1 > d_1$, $t_2 > d_2 > s_2$, $a_1 > b_1$, $a_2 > b_2$

Prikazano stablo predstavlja slučaj u kojem ciljana zemlja ne zna je li zemlja pošiljatelj "mekana" (nikada ne sankcionira) ili "teška" (preferira sankcionirati ako su povrijeđeni njeni interesi). Vjerojatnost da je zemlja pošiljatelj meka je s. Zemlje moraju istodobno odlučiti svoje strategije. Dok ciljana zemlja ne zna vrstu zemlje pošiljatelja (iako zna vjerojatnost). U dokazu u nastavku istražujemo ovaj slučaj strukturne nesigurnosti i pokazujemo da dvije bitne teze ovog dijela Korolar (3.3.1) i Korolar (3.3.2) još uvijek vrijede. Izračunate su ravnotežne strategije obje zemlje a dani su argumenti zašto Korolar (3.3.1) i Korolar (3.3.2) vrijede za još složenije slučajeve nesigurnosti. Matematika postaje složenija, funkcionalni oblici razlikuju se od jednadžbi (3.1) i (3.2), ali ostaje bitan zaključak: promjena veličine sankcija ne utječe na ponašanje ciljane zemlje u ravnoteži, utječe na učestalost sankcija.

Dokaz. Ovaj dio dodatka se odnosi na izračun ravnotežnih strategija prikazanog binarnog stabla u ovom poglavlju. Pretpostavljamo da je zemlja pošiljatelj "meka" sa vjerojatnosti s ili "teška" s vjerojatnošću $1 - s$. Sa vjerojatnošću s dva igrača igraju desnu stranu stabla igara za koju su $c_1 > d_1$, $a_1 > b_1$ i $d_2 > s_2$, $a_2 > b_2$. S vjerojatnošću $(1 - s)$ dva igrača igraju



Slika 3.1: Stablo 2

lijevu stranu stabla igara za koju su $c_1 > d_1$, $a_1 > b_1$ i $t_2 > d_2$, $a_2 > b_2$. Podaci prikazani na stablu ukazuju na to da ciljana zemlja mora odabrati da krši i ne krši standard bez znanja je li njegov protivnik mekan ili težak, dok zemlja pošiljatelj mora odlučiti hoće li sankcionirati ili ne bez poznavanja izbora ciljane zemlje, ali naravno zna svoj tip. Ciljana zemlja ima dvije strategije: kršiti ili ne prekršiti. Pretpostavimo da krši s vjerojatnosti p i ne krši s vjerojatnost $(1 - p)$. Zemlja pošiljatelj ima četiri strategije: Sankcionirati bezuvjetno (bez obzira na to jesu li teške ili meke zemlje igrači), ne izuzeti bezuvjetno sankcioniranje, sankcionirati ako je ciljana zemlja teška a ne sankcionirati ako je meka te ne sankcionirati ako je ciljana zemlja teška a sankcionirati ako je meka. Od ove četiri strategije dvije su dominantne i mogu se eliminirati tako da zemlja pošiljatelja ima dvije neupotrebljive strategije: sankcionirati kada je teška i da se ne sankcionirati kada je meka i da se ne sankcionira bezuvjetno. Pretpostavimo da je vjerojatnost prvog poteza zemlje pošiljatelja q, a drugog $(1 - q)$. Moramo izračunati ravnotežne vrijednosti p^* i q^*.

Očekivanja svake od navedenih strategija su sljedeće:

$$EK = (1 - s)[qd_1 + (1 - q)a_1] + wb_1 \tag{3.17}$$

$$ENK = (1 - s)[qc_1 + (1 - q)b_1] + wb_1 \tag{3.18}$$

$$ES = pt_2 + (1 - p)b_2 \tag{3.19}$$

$$ENS = pd_2 + (1 - p)a_2 \tag{3.20}$$

Da bih izračunali ravnotežnu vrijednost q izjednačiti ćemo (3.17) i (3.18). Imamo

$$q^* = \frac{b_1 - a_1}{(1 - s)(d_1 - c_1 + b_1 - a_1)} \tag{3.21}$$

Da bih izračunali ravnotežnu vrijednost p izjednačiti ćemo (3.19) i (3.20). Imamo

$$p^* = \frac{a_2 - b_2}{a_2 - b_2 + c_2 - d_2} \tag{3.22}$$

Rezultati (3.21) i (3.22) zadovoljavaju Korolar (3.3.1) i Korolar (3.3.2). □

Bibliografija

[1] J. Hirshleifer, *The Dark Side of the Force - Economic Foundations of Conflict Theory*, Cambridge University Press, 2001.

[2] J. Hirshleifer and E. Rasmusen, *Are Equilibrium Strategies Unaffected By Incentives? The Police Game*, UCLA Department of Economics University of California, 1990.

[3] J. Hirshleifer and E. B. Rasmusen, *Are Equilibrium Strategies Unaffected by Incentives*, Journal of Theoretical Politics, 1992.

[4] G. Tsebelis, *Penalty has no Impact on Crime: A Game-Theoretic Analysis, Rationality and Society*, 1990.

[5] G. Tsebelis, *Are Sanctions Effective? A Game-Theoretic Analysis*, Journal od Conflict Resolution, Vol 34. No. 1, pp. 3-28, Sage Publicitions Inc, 1990.

[6] M.Č. Matijević i B. Radišić, *Nashova ravnoteža*, Osječki Matematički List 13, Osijek, 2013.

[7] P.K. Dutta, *Strategies and Games: Theory and Practice*, MIT Press, Massachusetts, 1999

Sažetak

Kroz povijest kazne za zločine su bile učestale. Iskustvo nas uči da u mnogim zemljama kroz povijest rezultati nametanja sankcija nisu urodili plodom. Kroz igru dva igrača u teoriji igara pokazali smo teorijsko objašnjenje navedenih pojava te smo zaobišli nedostatke sociološkog i ekonomskog pristupa kriminalu. Kroz igru kriminalca i policajca koju smo definirali matricom isplate Tablica 2.1 pretpostavili smo sljedeće: kriminalci vole kršiti zakon ako policija isti ne provodi, te kriminalci će se pridržavati zakona ukoliko ih policija provodi. Ostale dvije pretpostavke se odnose na to da policija neće provoditi zakon ukoliko ga kriminalci ne krše dok preferiraju provođenje zakona i uhićenja ako kriminalci krše zakon. Pod ovim pretpostavkama ne možemo izračunati čistu Nashovu ravnotežu stoga je jedina ravnoteža igre pod ovakvim pretpostavkama miješana Nashova ravnoteža. Pokazali smo da povećanje očekivane kazne za kriminalce ne utječe na intenzitet kršenja zakona. Također smo pokazali da povećanje očekivane kazne smanjuje intenzitet provođenja zakona. Pristupili smo problemu pronalaska miješane Nashove ravnoteže kroz pet različitih modela gdje smo u prvom modelu imali racionalni pristup sa savršenim informacijama igrača, u drugom modelu smo otpustili pretpostavku da svaki igrač ima samo dvije strategije te smo njegov izbor sveli na beskonačan(neprekidan) strategijski prostor. U trećem modelu, evolucijskim pristupom igrače smo podijelili u dvije podklase i pretpostavili smo kratkovidno podešavanje oba igrača, u četvrtom modelu koji je kombinacija drugog i trećeg modela pretpostavili smo da je jedan igrač potpuno racionalan a drugi kratkovidan, peti model odražava racionalnost oba igrača ali otpušta pretpostavku savršenih informacija što znači da će igrač znati koje su njegove isplate za određene poteze ali neće imati potpuno saznanje o isplatama drugog igrača. Miješovita ravnoteža svakoga od ovih modela vodi ka istom jedinstvenom rješenju što smo zapravo i htjeli prikazati u ovom diplomskom radu ,točnije da sankcije nemaju utjecaj i nisu efikasne na svojstva Nashove ravnoteže u igri policajca i kriminalca s pretpostavkama od 1 do 4. Također istu teoriju smo primjenili u primjeru 2 odnosno igri nametanja sankcija jedne zemlje drugoj zemlji.

Summary

Through history awards for crime were frequent. Experience teach us that through history in many countries results of sanction impositions did not bear fruit. Through two people game in game theory we showed theoretical explanation of mentioned terms and overcame disadvantages of sociological and economic accessd to crime. Through the game of criminals and police which we defined with payoff matrix Table 2.1 we assumed that criminals love to break the law if police do not enforce it and that criminals will abide the law if police enforce it. The other two assumptions refer to the fact that the police will not enforce the law if the criminals do not break it but they will prefer law and arrest enforcement if the criminals break it. Under these assumptions we cannot calculate pure Nash equilibrium and therefore the only game equilibrium under this assumptions is the mixed Nash equilibrium. We showed that expected penalty enlargement for criminals does not affect the law breaking intensity. Also we showed that expected penalty enlargement reduces law enforcement intensity. We approached the mixed Nash equilibrium finding problem through five different models where in first model we had rational approach with perfect informations of the players, in second model we rejected the assumption that each player has only two strategies and reduced his choice to infinite (constant) strategic area, in third model we devided players into two subclasses using evolutional approach and we assumed short-sighted adjustment of both players, in fourth model, which is combination of second and third model, we assumed that one player is completely rational and the other one is short-sighted, fifth model reflects the rationality of both players but it rejects the perfect information assumption which means that player will know what are his payments for certain moves but he will not have completely cognition of other player payments. Mixed equilibrium each of these models leads to the same unique solution which we actually wanted to show in this master thesis, apropos that sanctions do not have influence and that they are not efficient on Nash equation properties in the game of the police and the criminals with assumptions from 1 to 4. Also the same theory was applied in Example 2, apropos in the sanction imposition game of one nation to another.

Životopis

Joso Prtenjača rođen u Zadru 27. listopada 1992. gdje je završio Osnovnu školu Stanovi te kao učenik navedene Osnovne škole je osvojio treću nagradu na državnom natjecanju iz matematike. Na temelju navedenog rezultata dobio je poziv i stipendiju za nastavak svojeg obrazovanja u Zadarskoj privatnoj gimnaziji s pravom javnosti. Tokom srednjoškolskog obrazovanja sudjelovao je na tri državna natjecanja iz fizike te jednom državnom natjecanju iz matematike u B kategoriji gdje je osvojio treću nagradu na temelju koje je 2011. godine izravno upisao Prirodoslovno - matematički fakultet u Zagrebu, smjer Matematika, na kojem 2015. godine stječe akademsku titulu sveučilišnog prvostupnika matematike. Također, u istoj godini na istom fakultetu upisuje diplomski studij smjer Financijska i poslovna matematika. Tijekom studija bio je aktivan član u Udruzi zadarskih studenata u Zagrebu u kojoj je bio član predsjedništva i podpredsjednik. 2015. godine u ljetnom semestru bio dio salezijanskih volontera gdje je davao instrukije u crkvi Marije Pomoćnice na Knežiji u Zagrebu. Početkom 2016. godine bio je na studentskoj praksi u odjelu za Kreditne rizike u Zagrebačkoj banci. U ljeto 2017. odlazi u SAD na tri mjeseca u sklopu Work and Travel programa za studente iz cijelog svijeta, nakon kojeg se zapošljava preko studentskog ugovora u banci Sberbank u Odjelu za upravljanje strateškim rizicima. U veljači 2018. prihvaća studentski posao analitičara Službe za upravljanje vanjskom prodajnom mrežom u Croatia osiguranju gdje je u roku od tri mjeseca zaposlen na puno radno vrijeme u istoj Službi.